Kommentarer til kapittel 2 - Trigonometri

Eksakte trigonometriske verdier

v	0°	15°	18°	30°	45°	60°	72°	75°	90°
$\sin v$	0	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{\frac{\sqrt{5}+5}{8}}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	1
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\sqrt{\frac{\sqrt{5}+5}{8}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	0
$\tan v$	0	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$	∞

Vi må kunne sinus, cosinus og tangens for $0, 30, 45, 60$ og 90 grader i hodet.
Skader ikke å huske $15, 18, 72$ og 75 også :-)

18° og 72° grader se oppgave 2.300.
15° og 75° grader se eksempel side 72 og oppgave 2.220.

Trigonometriske ligninger

Viktig å finne en ryddig måte å føre dette på, eksempelvis slik jeg har angitt i løsningsforslagene til oppgavene 2.224 og 2.227. Løs også noen av oppgavene der i flere omløp, f.eks. $[0, 6\pi\rangle$!

Trigonometriske formler

De formlene vi bør kjenne til er disse:

Sammenheng:	Hvorfor:
I $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	Trekant med hypotenus 1,Pythagoras
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	"
$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$	"
$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$	"
$\tan(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{1}{\tan x}$	"
$\sin(\pi - x) = \sin x$	Definisjonssirkelen
$\cos(2\pi - x) = \cos x$	"
$\tan(x + \pi) = \tan x$	"
$\sin x = \frac{\tan x}{\pm\sqrt{1+\tan^2 x}}$	Trekant: Sider 1,$\tan x$ og $\sqrt{1 + \tan^2 x}$
$\cos x = \frac{1}{\pm\sqrt{1+\tan^2 x}}$	"
II $\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$	Bevis side 70-72
III $\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \cos v$	"
IV $\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$	$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{II}}$ og divisjon med $\cos u \cos v$ (se side 73)
V $\cos 2v = \cos^2 v - \sin^2 v$ $= 2\cos^2 v - 1$ $= 1 - 2\sin^2 v$	II med $u = v$ og deretter I (se 2.244)
VI $\sin 2v = 2 \sin v \cos v$	III med $u = v$
$\tan 2v = \frac{2\tan v}{1-\tan^2 v}$	IV med $u = v$
VII $\cos v = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2v}{2}}$	V løst m.h.p. $\cos v$
VIII $\sin v = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2v}{2}}$	V løst m.h.p. $\sin v$

V→VII:

$$\cos 2v = 2\cos^2 v - 1 \iff \cos^2 v = \frac{1+\cos 2v}{2} \iff \cos v = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2v}{2}}$$

Kan også formuleres slik: (formel for halve vinkel)

$$\cos(\tfrac{x}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$$

V→VIII:

$$\cos 2v = 1 - 2\sin^2 v \iff \sin^2 v = \frac{1-\cos 2v}{2} \iff \sin v = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2v}{2}}$$

Kan også formuleres slik: (formel for halve vinkel)

$$\sin(\tfrac{x}{2}) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$$