Fy1 - Prøve i kapittel 5: Bevegelse

Løsningsskisser

Generelt:

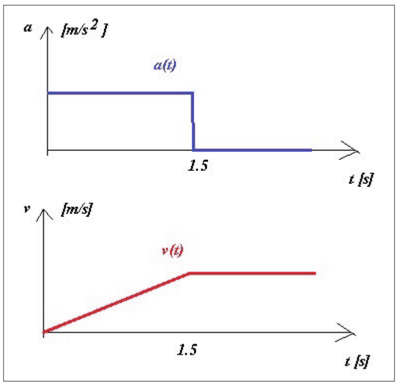
- Alle svar *skal* avrundes korrekt med samme antall gjeldende siffer som er gitt i oppgaven.
- Alle svar *skal* begrunnes:
  - Tekst/figur/forklaring
  - Formel som brukes
- Avlesninger fra grafer *skal* markeres i graf

Oppgave 1

a) Lag skisser av to grafer som viser fart og akselerasjon som funksjon av tiden for en metallkule som slippes fra toppen av et skråplan og triller nedover til skråplanet tar slutt, og deretter triller bortover gulvet.
Se bort fra all friksjon og luftmotstand. Kulen når slutten av skråplanet etter 1.5 sekund.

b) Hvor langt er skråplanet, hvis kulen hadde akselerasjon 2.5 m/s^2?
c) Hvor langt har kulen trillet bortover gulvet når det har gått 2.5 sekunder etter at vi slapp kulen fra toppen av skråplanet?

a) Uten friksjon og luftmotstand vil kulen få konstant akselerasjon ned skråplanet og og null akselerasjon og konstant hastighet langs gulvet, omtrent slik:



b) Lengde skråplan: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2}2.5 \cdot 1.5^2 \approx 2.8$ [m]

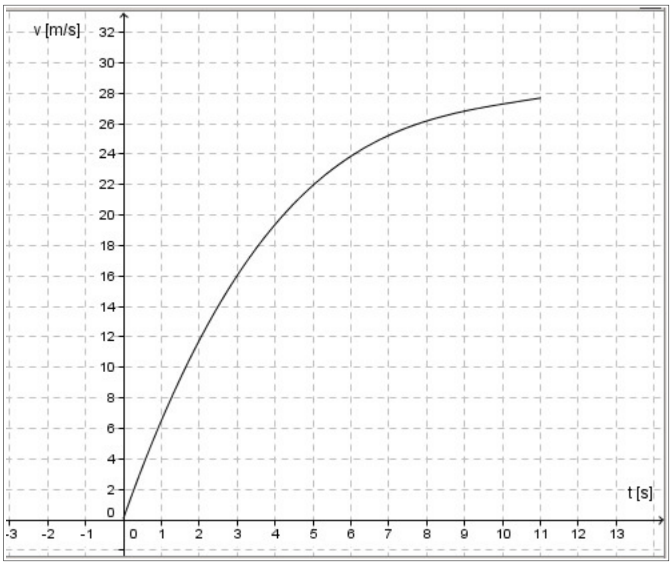
c) Fart ved slutten av skråplan: $v = v_0 + at = 0 + 2.5 \cdot 1.5 = 3.75$ [s]
Lengde langs gulv: $s = vt = 3.75 \cdot (2.5 - 1.5) \approx 3.8$ [m]

Oppgave 2

En måte å test reaksjonstid på er å holde en linjal mellom tommmel og pekefinger til testpersonen, slippe linjalen og måle hvor langt den har falt før testpersonen klarer å stoppe den ved å klemme sammen fingrene.
Hva blir reaksjonstiden til en person som klarer å stoppe linjalen etter et fall på 27 cm?

Veiloven $s = \frac{1}{2}at^2$ gir reaksjonstiden: $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.27}{9.81}} \approx 0.23$ [s]

Oppgave 3



Grafen over viser hastigheten som funksjon av tiden for en bil som akselererte fra stillestående til 100 km/h på 11 sekunder. Bruk grafen til å bestemme:

a) Gjennomsnittsakselerasjonen i disse 11 sekundene.

b) Momentanakselerasjonen i starten. ($t = 0$ sekunder)

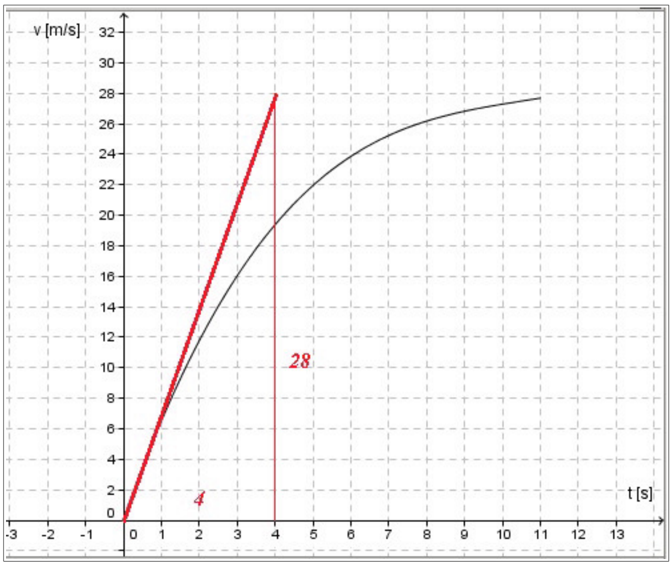
c) Momentanakselerasjonen når $t = 3$ sekunder.

d) Omtrent hvor langt bilen har beveget seg i de 3 første sekundene.

e) Gjennomsnittsfarten i de første 3 sekundene.

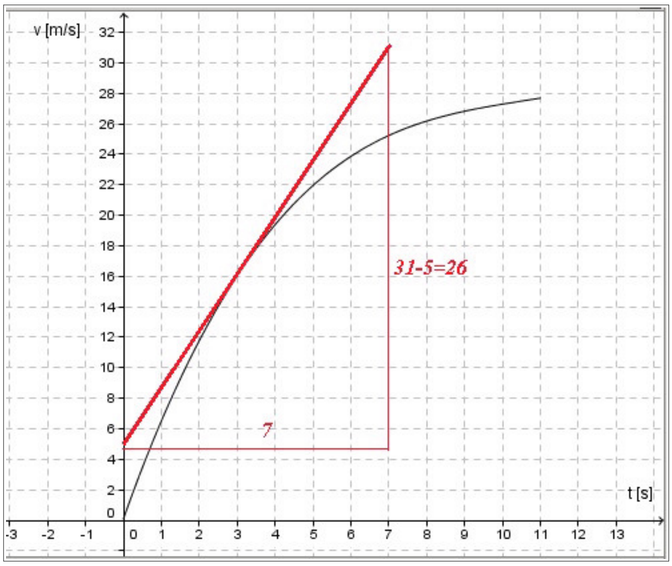
a) Gjennomsnittsakselerasjon: $a_{[0,11]} = \frac{27.8}{11} \approx 2.5$ [m/s^2]

b)



Momentanakselerasjon i starten: $a(0) = \frac{28}{4} = 7.0$ [m/s^2]

c)



Momentanakselerasjon når $t = 3$ sekunder: $a(3) = \frac{26}{7} \approx 3.7$ [m/s^2]

d) Veilengden er arealet under fartsgrafen.
Arealet fra $t = 0$ til $t = 3$ under grafen er ca. 13.5 ruter.
Hver rute har størrelsen 2 m, så bilen har beveget seg $13.5 \cdot 2 = 27$ [m].

e) Gjennomsnittsfarten i de første 3 sekundene blir da:
$\bar{v}_{[0,3]} = \frac{s}{t} = \frac{27}{3} = 9$ [m/s]
(Obs: $\bar{v} = \frac{v_0+v}{2}$ blir gal her, da akselerasjonen ikke er konstant!
Denne formelen ville gi 8 m/s, som er for lite og bare
er riktig hvis grafen hadde vært lineær fra 0 til 16 m/s.)

Oppgave 4

En elev kaster en ball rett oppover. Ballen forlater hånden 1.6 meter over gulvet.
Det tar 0.8 sekunder før ballen når bakken.

Hva er startfarten til ballen?

Veiloven gi oss: $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow v_0 = \frac{s-\frac{1}{2}at^2}{t} = \frac{1.6-\frac{1}{2}\cdot 9.81\cdot 0.8^2}{0.8} \approx -1.9$ [m/s]

Startfarten er altså 1.9 m/s oppover, hvis vi regner positiv retning nedover.

Oppgave 5

Vi regner med at en bil under normale forhold kan bremse med en maksimal retardasjon på $a_b = -8$ m/s^2. (Retardasjon er negativ akselerasjon, det vil si at farten avtar.)
Hva blir bremselengden for bilen hvis farten er:

a) 50 km/time   b) 100 km/time

Tidløs formel gir oss: $v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow s = \frac{-v_0^2}{2a}$ når sluttfarten $v = 0$ m/s.

Bremselengde når $v_0 = 50$ km/t: $s_{50} = \frac{-(\frac{50}{3.6})^2}{2(-8)} \approx 12$ [m]

Bremselengde når $v_0 = 100$ km/t: $s_{100} = \frac{-(\frac{100}{3.6})^2}{2(-8)} \approx 48$ [m]

(Som alle kjørelærere prøver å formidle; dobler vi farten så firedobler vi bremselengden.)

Oppgave 6

En lekebil blir dyttet igang, triller oppover et skråplan til den stopper og deretter triller nedover skråplanet. Posisjonen som funksjon av tiden etter at den ble dyttet igang er oppgitt til å være:
$s(t) = 1.3t^2 - 2.4t$ [m]
Derivasjon gir oss da farten som funksjon av tiden som:
$v(t) = 2.6t - 2.4$ [m/s]

a) Hvor befinner bilen seg etter et halvt sekund?

b) Hvor langt beveger bilen seg oppover skråplanet før den triller nedover igjen?

c) Hva er akselerasjonen til bilen?

a) Posisjon etter et halvt sekund: $s(0.5) = 1.3 \cdot 0.5^2 - 2.4 \cdot 0.5 \approx -0.88$ [m]
Altså 0.88 meter ovenfor startpunktet.

b) Øverst er farten 0: $0 = 2.6t - 2.4 \Rightarrow t = \frac{2.4}{2.6} \approx 0.923$ [s]
Posisjon: $s(0.923) = 1.3 \cdot 0.923^2 - 2.4 \cdot 0.923 \approx -1.1$ [m]

Altså 1.1 meter ovenfor startpunktet.

c) Sammenligner vi $s(t) = 1.3t^2 - 2.4t$ og $v(t) = 2.6t - 2.4$ med veilovene
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ og $v = at + v_0$
ser vi at akselerasjonen er $a = 2.5$ m/s^2 nedover skråplanet.
(Og at startfarten $v_0 = -2.4$ m/s oppover skråplanet.)

Vi kunne også derivert: $a(t) = v'(t) = (2.6t - 2.4)' = 2.6$ [m/s^2]

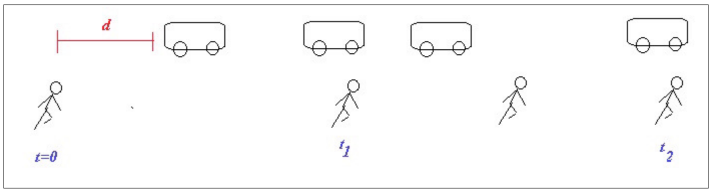
Oppgave 7

En buss starter fra en holdeplass med akselerasjonen 0.50 m/s^2. Ferkenberg løper etter bussen og klarer å holde en konstant fart på 5 m/s. Ferkenberg tar igjen bussen etter 2.0 sekunder etter at bussen forlot holdeplassen.

a) Hvor langt bak bussen var Ferkenberg da bussen forlot holdeplassen?

b) Ferkenberg fortsetter å løpe forbi bussen etter å ha tatt igjen bussen.
Hvor lang tid tar det før bussen tar igjen Ferkenberg?

a) *Viktig å tegne en god figur her:*



Ved tidspunktet $t_1 = 2$ s har Ferkenberg tatt igjen bussen og har tilbakelagt strekningen
$s_{F1} = v_F t_1$
Bussen har tilbakelagt strekningen $s_{B1} = \frac{1}{2}at_1^2$

Vi får ligningen: $s_{F1} = d + s_{B1} \Leftrightarrow v_F t_1 = d + \frac{1}{2}at_1^2 \Leftrightarrow$

Hvor langt bak: $d = v_F t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = 5 \cdot 2 - \frac{1}{2}0.5 \cdot 2^2 = 9.0$ [m]

b) Ferkenberg og bussen er side om side to ganger når samme ligning som i a) er oppfyllt:

$$v_F t = d + \tfrac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow \tfrac{1}{2}at^2 - v_F t + d = 0 \Leftrightarrow 0.25t^2 - 5t + 9 = 0 \Leftrightarrow$$
$$t^2 - 20t + 36 = 0 \Leftrightarrow t = t_1 = 2 \vee t = t_2 = 18 \text{ [s]}$$

Bussen tar altså igjen Ferkenberg 16 sekunder etter at Ferkenberg passerte bussen.
(Eller 18 sekunder etter at bussen forlot holdeplassen.)