

Fy 1 - Tirsdag 24.11.15 -

Bevegelse, krefter, arbeid, energi og effekt

Løsningsskisser

I

En kløne mister en blomsterpotte fra en veranda i tredje etasje, høyde 15.2 meter over bakkenivå. Blomsterpotten treffer en person, som har høyde 1.68 meter i hodet.

- a) Hva er blomsterpottens kinetiske energi idet den treffer personen i hodet?
 b) Hva vil skje med denne energien?

a)

Energi på verandanivå: $E_v = \frac{1}{2}mv_v^2 + mgh_v = mgh_v$, da $v_v = 0$

Energi i hodehøyde: $E_h = \frac{1}{2}mv_h^2 + mgh_h$

Hvis vi ser bort fra luftmotstand bevares energien og vi har:

$$E_v = E_h \Leftrightarrow mgh_v = \frac{1}{2}mv_h^2 + mgh_h \Leftrightarrow$$

Hastighet i hodehøyde:

$$v_h = \sqrt{2g(h_v - h_h)} = \sqrt{2 \cdot 9.81(15.2 - 1.68)} \approx 16.3 \text{ [m/s]}$$

(Eller ca 59 km/t.)

Jeg mente egentlig å spørre om hastigheten, ikke kinetisk energi.

b)

Energien vil bli brukt til å ødelegge den uheldige personens skalle (arbeid), kinetisk energi til biter av blomsterpotte, energi i lydbølger og noe energi vil også gå over til varme.

II

En bil har farten 80 km/h. Hva blir bremselengden hvis vi regner med at bremskraften er konstant og gitt av friksjonsloven $B = \mu N$, der B er bremskraft, N er normalkraften og μ er den såkalte friksjonskoeffisienten, som vi her regner med er $\mu = 0.80$.

Hva blir bremselengden hvis farten er 160 km/h?

I utgangspunktet har bilen kinetisk energi: $E = \frac{1}{2}mv^2$

Til slutt står bilen stille og energien har blitt brukt til bremsearbeidet, slik at vi har:

$$\frac{1}{2}mv^2 - Bs = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \mu mgs = 0$$

Bremselengde:

$$s = \frac{mv^2}{2\mu mg} = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{(\frac{80}{3.6})^2}{2 \cdot 0.8 \cdot 9.81} \approx 31 \text{ [m]}$$

Bremselengde når $v_2 = 160$ km/t:

$$s_{160} = \frac{v_2^2}{2\mu g} = \frac{(\frac{160}{3.6})^2}{2 \cdot 0.8 \cdot 9.81} \approx 130 \text{ [m]}$$

(Altså ca. fire ganger så lang; fordobling av hastighet firedobler bremselengde.)

III

En spent fjær har potensiell energi, og formelen for denne energien er

$$E = \frac{1}{2}ks^2$$

der k er en såkalt fjærkonstant som sier noe om hvor kraftig fjæren er, og s er hvor mye fjæren er sammentrykket.

Vi har en "kanon" bestående av et plastrør, en fjær og en ball, der fjæren trykkes sammen og ballen skytes ut gjennom plastrøret når fjæren utløses. Fjæren har en fjærkonstant på $k = 530$ N/m og fjæren blir trykket sammen 0.090 m. Ballen vi skyter ut har massen $m = 0.042$ kg.

- a) Hvor høyt skal ballen teoretisk komme hvis vi skyter rett opp og regner med at ballen overtar 90% av fjærens potensielle energi og vi ser bort fra friksjon i røret og luftmotstand?
- b) Hvor høyt vil ballen komme hvis vi skyter skrått istedenfor rett opp? (Beskriv det som vil skje uten å gjøre noen utregninger.)

a)

Systemets energi før utløsning (bare fjærenergi, foutsatt nullnivå for potensiell energi der ballen er i utgangspunktet):

$$E_1 = \frac{1}{2}ks^2$$

Ballens energi idet den har nådd maksimal høyde (og har null kinetisk energi):

$$E_2 = mgh$$

Forutsetningene (90% energi overført til ball) gir:

$$E_1 \cdot 0.9 = E_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}ks^2 \cdot 0.9 = mgh \Leftrightarrow$$

Høyde:

$$h = \frac{ks^2 \cdot 0.9}{2mg} = \frac{530 \cdot 0.09^2}{2 \cdot 0.042 \cdot 9.81} \approx 4.7 \text{ [m]}$$

b)

Hvis vi skyter skrått vil ballen på toppen av banen ikke ha noen vertikal hastighetskomponent, men den vil ha en horisontal hastighetskomponent, la oss kalle den v_h . Da har vi:

$$\frac{1}{2}ks^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_h^2 \Leftrightarrow h = \frac{ks^2 - mv_h^2}{2mg}$$

Vi ser at høyden blir mindre enn i a).

IV

I et vandrevet energiverk mottar turbinen 175 000 kg vann hvert sekund. Vannet kommer fra en innsjø, som ligger 230 meter høyere enn turbinen. Virkningsgraden til turbinen og generatoren er samlet 89%.

- a) Hva er den elektriske effekten dette energiverket produserer?

b) Hvor mye energi produserer energiverket i året hvis effekten er konstant?

a)

Vi ser på energiomformingen i ett sekund:

$$\text{Potensiell energi: } E_p = mgh$$

$$\text{Omformet til elektrisk energi: } E_e = \eta E_p \quad (\eta = 0.89)$$

Elektrisk effekt:

$$P = \frac{E_e}{t} = \frac{\eta E_p}{t} = \frac{\eta mgh}{t} = \frac{0.89 \cdot 175000 \cdot 9.81 \cdot 230}{1} \approx 350 \text{ [MW]}$$

b)

Energiproduksjon i et år:

$$E = P t_{\text{år}} = 350 \cdot 10^6 \cdot (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \approx 1.1 \cdot 10^{16} = 11 \text{ [PJ]}$$

(I kWh som er mest brukt i dagliglivet og på strømmålere:

$$E = P t_h = 350 \cdot 10^6 \cdot (365 \cdot 24) \approx 3.1 \cdot 10^{12} \text{ [Wh]} = \\ 3.1 \cdot 10^9 \text{ [kWh]} = 3.1 \text{ [GWh]}$$

V

Ola Råner har en rask og ulovlig trimmet Opel Ascona med senkesett og spoiler.

Bilen har en masse på 1100 kg. Luftmotstanden er gitt av $L = kv^2$, der L er luftmotstanden i N og v er farten i m/s. k er en faktor som avhenger av bilens aerodynamiske egenskaper og som fabrikken oppgir til å være $k = 0.52 \text{Ns}^2/\text{m}^2$ for dette karosseriet.

Ola har testet bilen og funnet ut at toppfarten var 200 km/h.

a) Regn ut drivkraften ved toppfarten.

b) Hva er effekten motoren må yte for å holde konstant fart 200 km/h?

(Ser bort fra tap av energi mellom motor og hjul.)

c) Hvor mange hestekrefter er dette hvis $1000 \text{ W} = 1.36 \text{ Hk}$?

a)

Med konstant toppfart gir Newtons første lov:

$$\sum F = 0 \Leftrightarrow D - L = 0 \Leftrightarrow D - kv^2 = 0$$

Drivkraften blir:

$$D = kv^2 = 0.52 \cdot \left(\frac{200}{3.6}\right)^2 \approx 1600 \text{ [N]}$$

b)

$$\text{Effekt: } P = \frac{W}{t} = \frac{Dv}{t} = Dv = 1600 \cdot \frac{200}{3.6} \approx 89 \text{ [kW]}$$

c)

I hestekrefter: $89 \cdot 1.36 \approx 120 \text{ [Hk]}$

(Godt over originaleffekten på en Opel Ascona...)