

Eksempler:

Lineære? Homogene? Konstante
koeffisienter?

a) $y'' + 3y' - 8y = 0$

b) $y'' + 3xy' - 8e^x y = 0$

c) $y'' + 3y' - 8y = 2x$

d) $y'' + 3y' - 8y^2 = 0$

L	K	H
L	≠	H
L	K	#
#	K	H

ULINEAR

En digresjon:

Ulineære ligninger gir ofte ekstra løsninger, som $y=0$ i logistisk løsning:

$$y' = ky(B-y)$$

$$y = \frac{B}{1 + Ce^{-kBy}} \quad \checkmark \quad y = 0$$

$$(y = B \text{ når } C = 0)$$

**Vi: Lineære, *homogene*
med konstante
koeffisienter.**

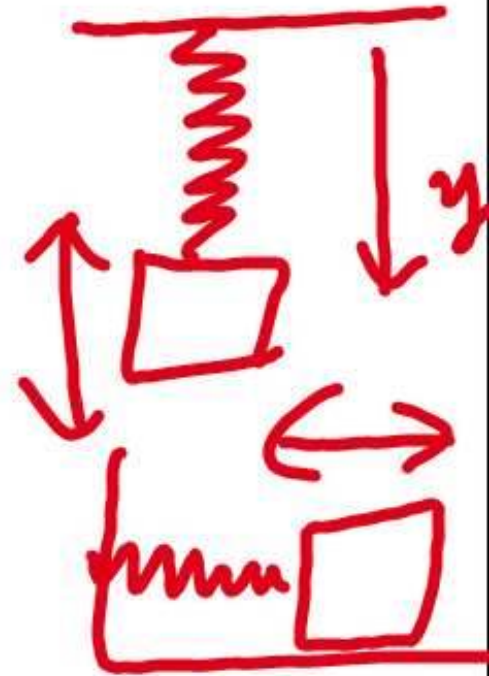
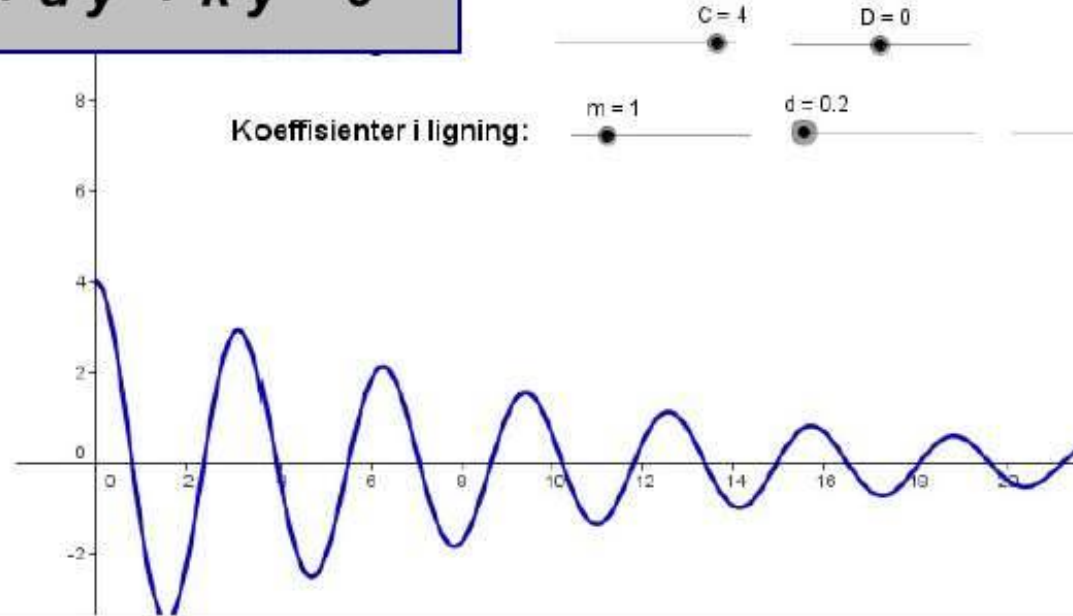
$$y'' + ay' + by = 0$$



Hvorfor andre orden?

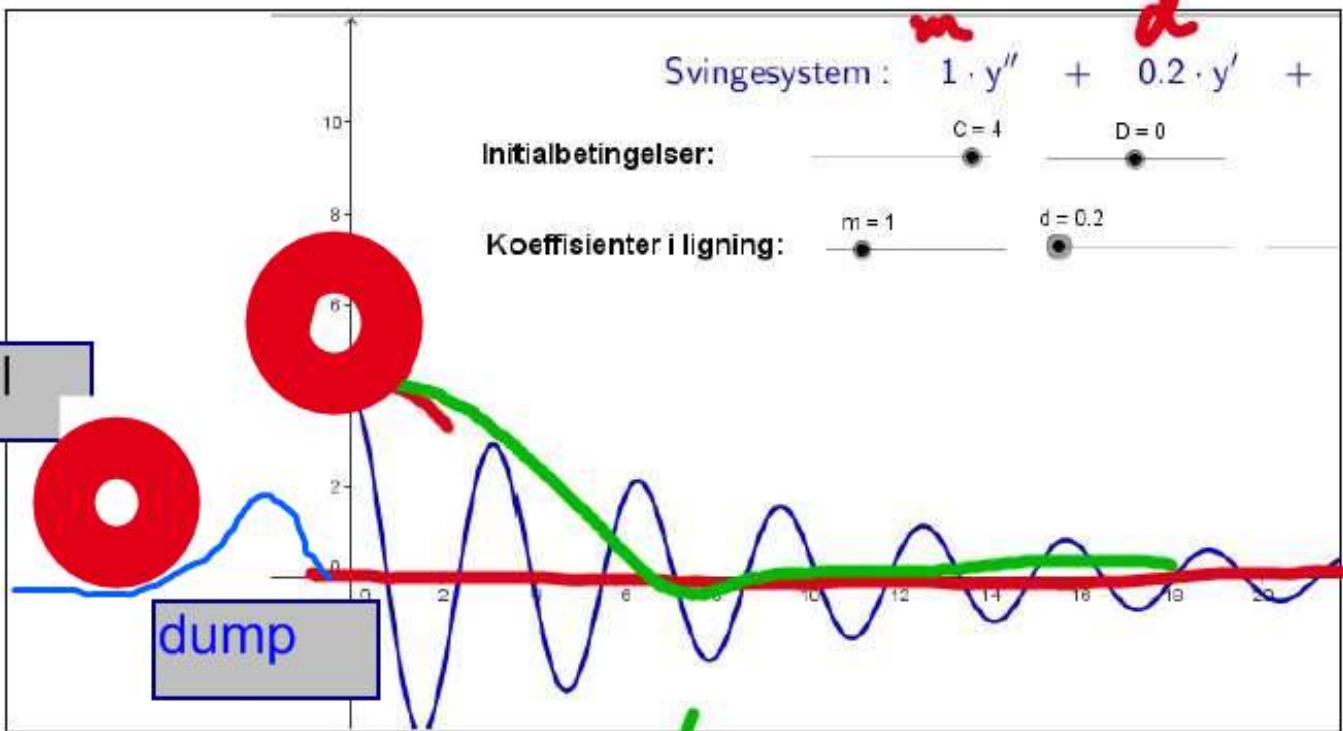
$$m y'' + d y' + k y = 0$$

m: masse
d: demping
k: fjærstivhet



(Klosser i fjær, fra tak og vegg.)

Hvordan andre orden?



hjul

dump

10

Grønn: Ideel støt demping

Figuren over er bilhjul med fjær og støtdemper :-)

:KSDel nei

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

$$r^2 + 3r + 2 = 0$$

$$r = -1 \vee r = -2$$

$$y = C e^{-1x} + D e^{-2x}$$

$$y'' - 2y' + y = 0$$

$$r^2 - 2r + 1 = 0$$

$$(r-1)^2 = 0$$

$$\underline{r=1}$$

→ e^{1x}

$$y = (Cx + D)e^{1x}$$

$$y'' + y' + 3y = 0$$

$$r^2 + r + 3 = 0$$

$$r = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1}$$

$$r = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{11}}{2}$$

$$y = e^{-\frac{1}{2}x} \left(C \sin\left(\frac{\sqrt{11}}{2}x\right) + D \cos\left(\frac{\sqrt{11}}{2}x\right) \right)$$

$y'' - ky' = 0$ må ha samme løsning

$$y = Ce^{kx},$$

Dessuten $y = D$, eller $y = De^{0x}$

$y'' - ky' = 0$ har altså løsningen

$$y = Ce^{kx} + De^{0x}$$

$$\underline{\lambda^2 - k^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \pm k}$$

$y'' - k^2y = 0$ har løsningen

$$y = Ce^{kx} + De^{-kx}$$

$-k^2 y$

da derivasjoner gir:

$$Ce^{\pm kx} \rightarrow \pm kCe^{\pm kx} \rightarrow k^2 Ce^{\pm kx}$$

y''

$y'' + ay' + b = 0$ har løsningen:

$$r^2 + ar + b = 0 \quad (\text{KARAKTERISTISK})$$

Løsning:	$r^2 + ar + b = 0 :$
$y = Ce^{r_1x} + De^{r_2x}$	to løsninger <u>r_1</u> og <u>r_2</u> .
$y = \underline{(Cx + D)}e^{r_1x}$	en løsning r_1 .
$y = e^{\alpha x}(C \sin \beta x + D \cos \beta x)$	komplekse $r = \alpha \pm \beta i$.

$$\frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{16} \sqrt{-1}}{2} = -1 \pm 2i$$

$$y = e^{-x}(C \sin 2x + D \cos 2x)$$

$$\frac{-2 \pm 4i}{2}$$

$$\cdot \sqrt{-1}$$

$$\frac{-2 \pm \sqrt{16} \sqrt{-1}}{2} = -1 \pm 2i$$

$\alpha \pm \beta i$

$$y = e^{-x} (C \sin 2x + D \cos 2x)$$

