

## R2 - kapittel 5 EF og 6 ABCD

### Oppgave 1

Løs differensialligningene:

a)  $y' + x = \cos x$

b)  $y' = yx + x$

c)  $y' = 1 + \frac{y}{x}$

### Oppgave 2

Vis at differensialligningen  $y' = y - y^2$  har den generelle løsningen  $y = \frac{1}{1+Ce^{-x}}$ .

Finn den spesielle løsningen som har initialbetingelsen  $y(0) = \frac{1}{4}$ .

### Oppgave 3

En plastflaske tømmes for vann gjennom et hull i bunnen.

Det kan vises at høyden på vannstanden inne i flasken,  $h(t)$ , er gitt ved differensialligningen

$$h' = -0.0108\sqrt{h}, \quad \text{der } h(t) \text{ måles i meter og } t \text{ i sekunder.}$$

a) Vis at  $h(t) = (C - 0.0054t)^2$  er en generell løsning av differensialligningen.

b) Bestem den spesielle løsningen når  $h(0) = 0.20$  meter.

### Oppgave 4

En kuleflate  $\alpha$  har ligningen  $x^2 - 6x + y^2 + z^2 = 0$ .

a) Bestem sentrum  $S$  og radius  $R$  i kuleflaten.

b) En rett linje har parameterfremstillingen  $l : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 2t \end{cases}$

Finn skjæringspunktene  $A$  og  $B$  mellom linjen  $l$  og kuleflaten  $\alpha$ .

c) Finn ligningene for planene som tangerer kuleflaten i punktene  $A$  og  $B$ .

d) Finn radien i skjæringssirkelen mellom kuleflaten og et plan som har avstanden  $a = 1$  fra sentrum  $S$  i kuleflaten.

**Oppgave 5**

Byen Honolulu på Hawaii ligger på  $21.3^\circ$  nordlig bredde og  $158.9^\circ$  vestlig lengde.  
Byen Kabul i Afghanistan ligger på  $34.5^\circ$  nordlig bredde og  $69.1^\circ$  østlig lengde.

Finn korteste avstand (langs jordens overflate) mellom Hawaii og Kabul.

Vi bruker denne parameterfremstillingen for jordoverflaten:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 6400 \cdot \cos u \cdot \cos v \\ y = 6400 \cdot \cos u \cdot \sin v \\ z = 6400 \cdot \sin u \end{array} \right.$$