

R2 - Funksjoner, integrasjon og trigonometri

Del I - Uten hjelpemidler

Oppgave 1

Regn ut integralene:

$$\text{a) } \int x \cos x \, dx \quad \text{b) } \int \frac{x}{x^2-3x+2} \, dx \quad \text{c) } \int e^x \cos(e^x) \, dx$$

Oppgave 2

Løs ligningene når $x \in [0, 2\pi)$:

$$\text{a) } \tan(2x + 1) = \sqrt{3} \qquad \text{b) } \tan(x) \sin(x) = \tan(x) \cos(x)$$

$$\text{c) } \tan^2(x) - \sqrt{3} \tan(x) = \sqrt{3} - \tan(x)$$

(Hint: På den siste kan du få bruk for: $4 + 2\sqrt{3} = (1 + \sqrt{3})^2$)

Oppgave 3

En funksjon f er gitt ved: $f(x) = \cos(2x) - 1$, $D_f = \langle 0, 12 \rangle$

- Hva er perioden til f ?
- Bestem null-, topp-, bunn- og vendepunkter til f .
- Finn vendetangenten til vendepunktet nærmest y -aksen.

Oppgave 4

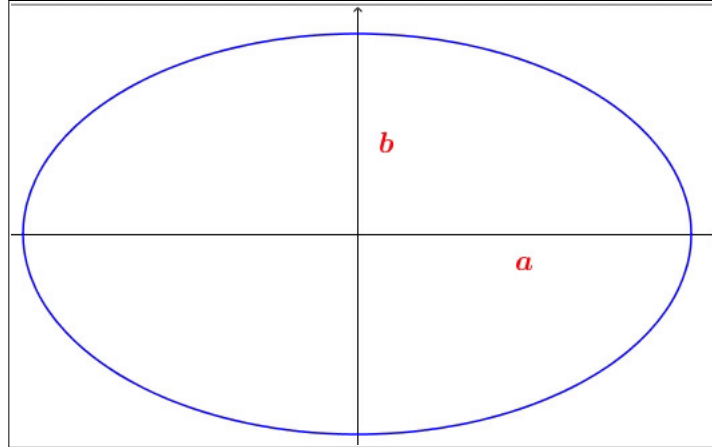
Gitt funksjonen $f(x) = \sin(x) - \cos(x)$, $D_f = [0, 2\pi)$

- Vis at $f(x)$ kan skrives $\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$.
- Løs ligningen $\sin(x) - \cos(x) = 1$.
- Finn arealet avgrenset av $f(x)$ og funksjonen $g(x) = 1$.

Del II - Med hjelpemidler

Oppgave 5

En ellipse har ligningen $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ og ser slik ut:

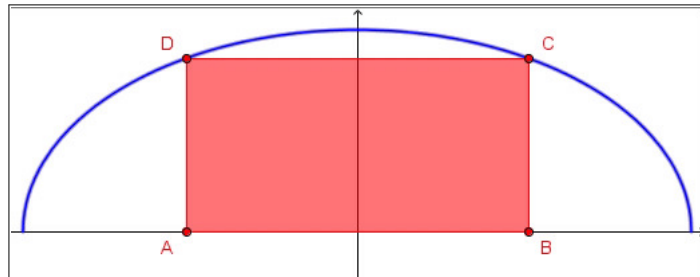


a og b kalles halvaksler og vi legger merke til at grafen til ellipsen skjærer koordinataksene i $(a, 0)$, $(0, b)$, $(-a, 0)$ og $(0, -b)$.

a) Forklar at den delen av ellipsen som ligger over x -aksen er grafen til funksjonen

$$f(x) = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

b) Vi definerer et rektangel $ABCD$ der punktene $A(-c, 0)$ og $B(c, 0)$ ligger på x -aksen og punktene C og D ligger på $f(x)$, slik som vist i figuren:



Bestem hva c må være for at arealet av rektanlet $ABCD$ skal bli størst mulig.

c) Dreier vi grafen til $f(x)$ 360° om x -aksen, får vi en ellipsoide.

Vis at formelen for volumet av ellipsoiden er $V = \frac{4\pi ab^2}{3}$.

Oppgave 6

En rett linje l går gjennom $A(0, r)$ og $B(h, R)$.

a) Vis at linjen l har funksjonsuttrykket $l(x) = \frac{R-r}{h}x + r$.

- b) Linjestykket AB roteres 360° om x -aksen og vi får da et omdreiningslegeme som er en såkalt avkortet kjegle.
Finn et uttrykk for volumet av omdreiningslegemet uttrykt ved r , R og h .

Oppgave 7

En fallskjermhopper som hoppet ut fra et fly hadde konstant fart 50 m/s da han utløste fallskjermen. Farten utviklet seg videre slik det er vist i denne tabellen:

t [s]:	0	1	2	3	4
v [m/s]:	50	21	14	11	10

- a) Bruk kurvetilpasning i GeoGebra til å vise at funksjonsuttrykket

$$v(t) = 7.9 \frac{1+0.73e^{-0.48t}}{1-0.73e^{-0.48t}}, \text{ basert på den teoretiske modellen: } v(t) = a \frac{1+b e^{-kt}}{1-b e^{-kt}},$$

er en god modell for utviklingen av farten etter at fallskjermen ble utløst.

- b) Regn ut $v'(0)$ og forklar hva denne verdien representerer .
- c) Etter en stund stabiliserte farten seg. Hva var farten da?
- d) Fallskjermhopperen nådde bakken etter 2 minutter.
Hvor høyt over bakken var han da fallskjermen ble utløst?
-