Kapittel 4 - Modellering

Løsningsskisser:

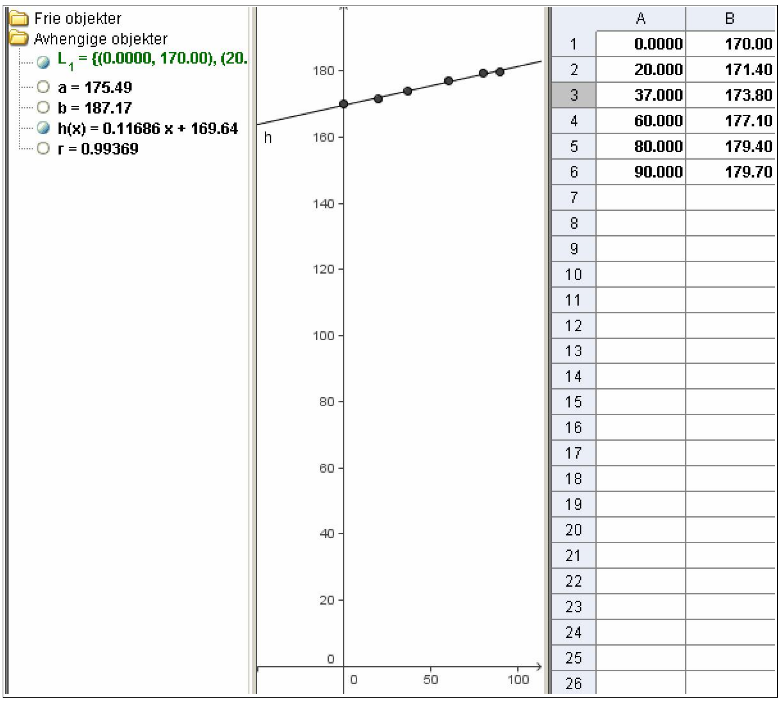
427, 431, 437, 437, 438, 439, 441,
(455, 459, X4.1 kommer senere...)

427

a)
Vi kan interpolere i tabellen:

1910:
Midt mellom 1900 og 1920: $h(10) \approx \frac{170+171.4}{2} = 170.7$ [cm]
1970: $h(70) \approx \frac{177.1+179.4}{2} = 178.3$[cm]

b)
GeoGebra:
Vis, **Regneark**
Legg inn data i A- og B-kolonne
Merk tabellen i regnearket, **høyreklikk** og velg **Lag liste med punkter**
Utfør lineær regresjon med: **h(x)**=**RegPoly**[**L_1**,**1**]
(Det finnes også en RegLin[L_1] kommando, men den gir ligningen for en rett linje istedenfor funksjonsuttrykekt. Funksjonsuttrykket er bedre for senere utregning av f(50) og f(150) !)
Regresjonskoeffisienten kan regnes ut med: **r**=**Korrelasjonskoeffisient**[**L_1**]
a=**h**(**50**)
b=**h**(**150**)



Modellen blir altså: $h(x) = 0.117x + 170$ [cm], $x \in [0, 150\rangle$ (År etter 1900)
c) Stigningstall: Gjennomsnittshøyden øker med 0.117 cm/år.

d) 1950: $h(50) = 175.5$ cm (Interpolering)
2050: $h(150) = 187.2$ cm (Ekstrapolering)
Man skal være forsiktig med å interpolere for langt utenfor den delen av modellen som er

dekket av datapunktene.
Funksjonen godt flate ut lenger frem i tid.

431

a)
Se 427, helt tilsvarende:
Legg data i regneark, merk og høyreklikk, velg **Lag liste med punkter**.
f(x)=RegPoly[L_1]

Modell: $f(x) = 0.94x + 1.4$

b)
r=**Korrelasjonskoeffisient**[**L_1**]
$r = 0.975$

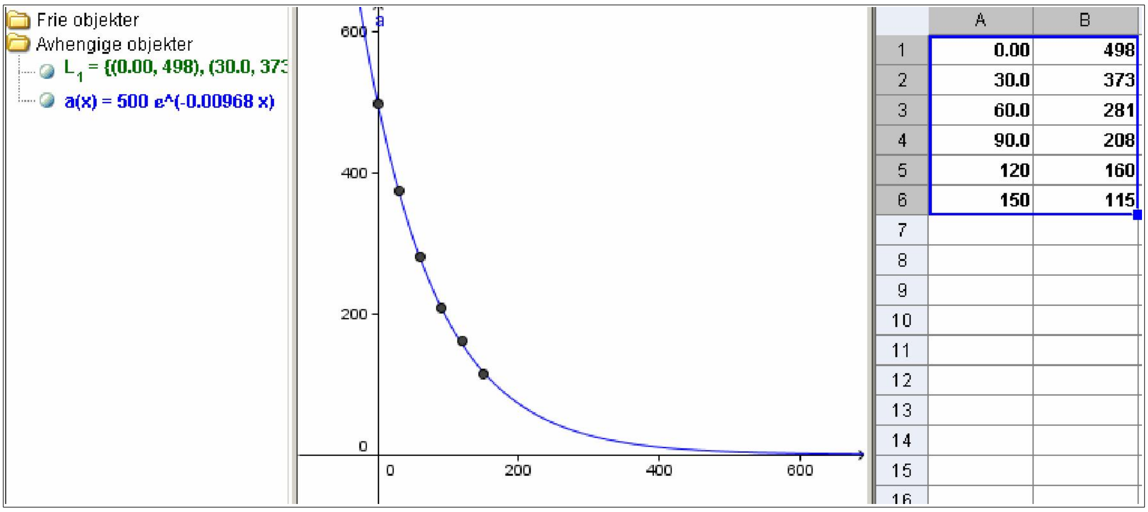
c)
$r = 1$ og $f(x) = x$

437

a)
Radioaktive kilder avtar i teorien etter formelen:

$$a(x) = a_0\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{H}x}\ [\text{Bq}], \qquad x \in [0, \rightarrow\rangle\ [\text{s}]$$

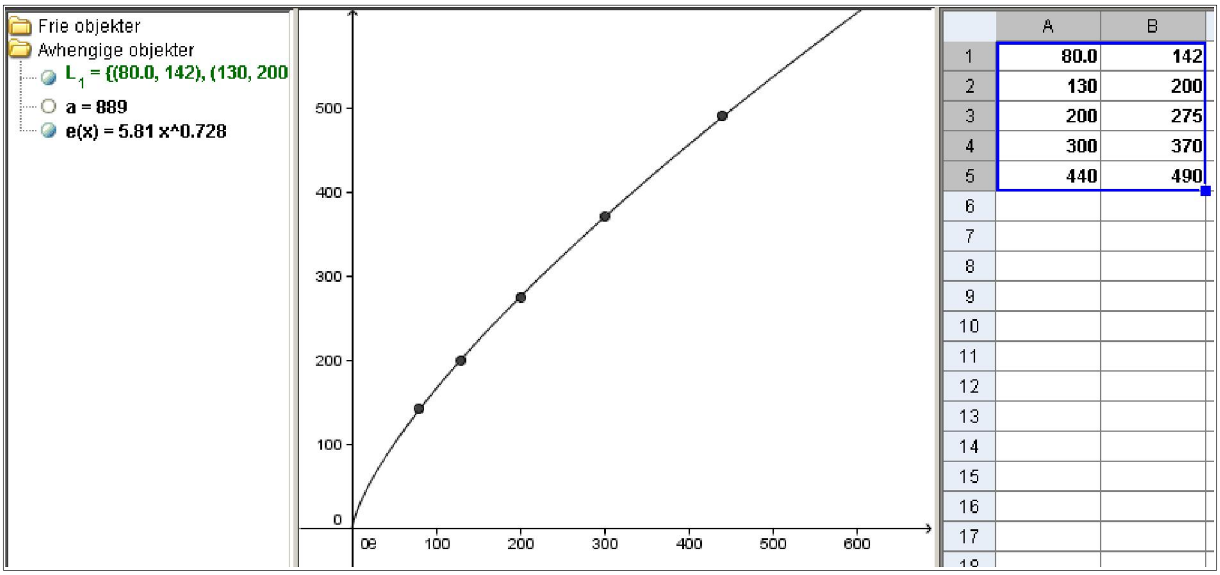
GeoGebra:
Legger punktene i regneark og får laget listen L_1. (Se 427 og 431.)
Regresjon: **a**(**x**)=**RegEksp**[**L_1**]
Modell: $a(x) = 500e^{-0.00968x}$[Bq]
Eller: $a(x) = 500(e^{-0.00968})^x = 500 \cdot 0.990^x$ [Bq]
b)
For å omforme til grunntallet 0.5, kan vi sette: $(0.5)^{\frac{1}{H}} = 0.99$
Og regne ut: $\frac{1}{H}\ln 0.5 = \ln 0.99 \Leftrightarrow H = \frac{\ln 0.5}{\ln 0.99} = 69.0$ [sek]



438

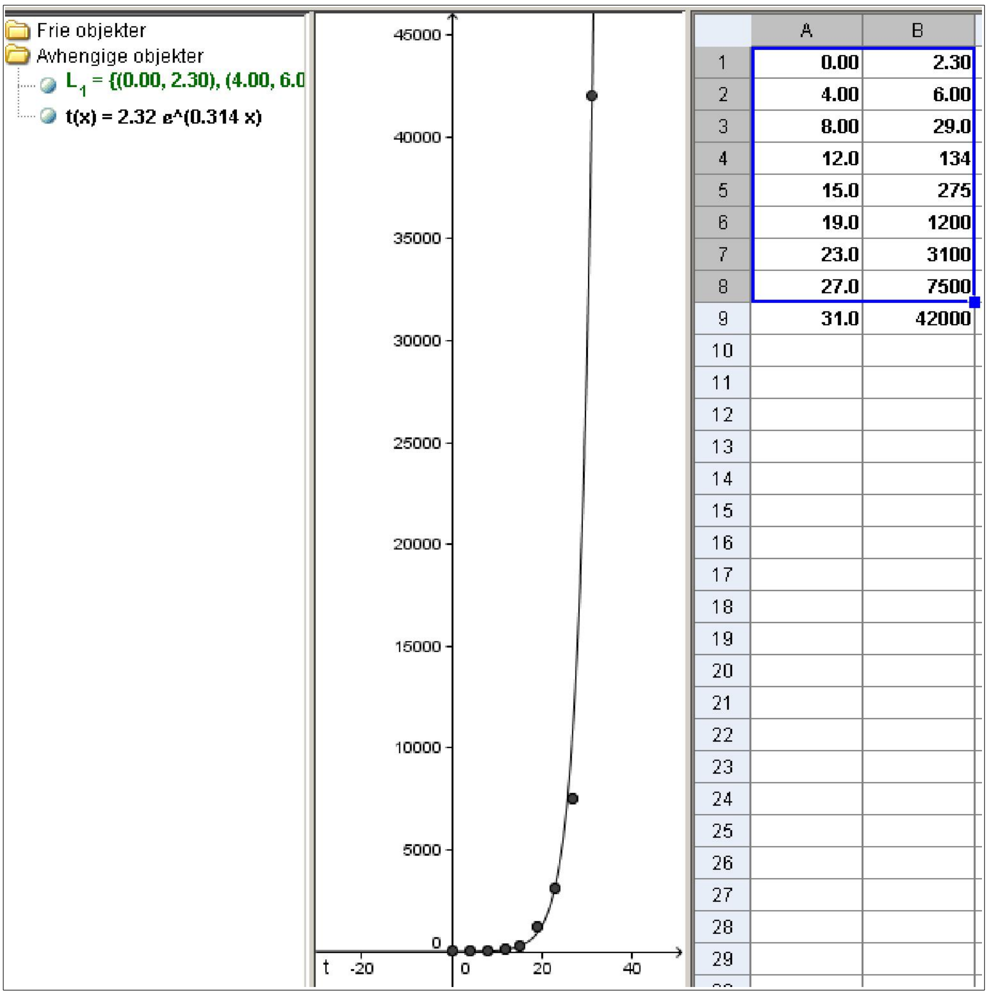
a)
GeoGebra:
Legger inn tabellen i regneark og grafer punktene på vanlig måte. (Se oppgavene foran.)

Punktene antyder en viss avtagende vekst, og bør antagelig gå gjennom origo,
så vi bruker en potensfunksjon: (Ved å prøve andre funksjoner ser vi at denne passer best.)
e(x)=RegPot[L_1]
som gir modellen: $e(x) = 5.81x^{0.728}$ [kJ/døgn], $x \in [0, ?\rangle$ [gram]
b)
Energi for $x = 1000$[g]: $e(1000) = 889$ [kJ/døgn]
(GeoGebra: **a=e(1000)**)
Igjen bør vi advare mot ekstrapolering så langt utenfor tilgjengelig datamateriale.



439

Moore's lov: Se http://en.wikipedia.org/wiki/Moore's_Law
Gordon Moore, en av grunnleggerene av Intel som lager mikroprosessorer for pc-er,
sa at antall transistorer i en mikroprosessor dobles annethvert år.
a)
GeoGebra:
Legg inn tabell og graf punkter på vanlig måte. (Se oppgavene foran.)
Vi ser at dette ser ut som eksponentiell vekst og utfører derfor kommandoen:
t(x)=RegEksp[L_1]
som gir modellen: $t(x) = 2.32e^{0.314x}$ [tusen transistorer], $x \in [0, 50(?)\rangle$
eller $t(x) = 2.32(e^{0.314})^x = 2.32 \cdot 1.37^x$
b)
Vi ønsker formen: $t(x) = 2.32 \cdot 2^{\frac{x}{D}}$ og må derfor regne ut:
$2^{\frac{1}{D}} = e^{0.314} \Leftrightarrow \frac{1}{D}\ln 2 = 0.314 \Leftrightarrow D = \frac{\ln 2}{0.314} = 2.21$ [år]
Modellen antyder altså en fordoblingsperiode på 2.2 år. (Litt mer enn Moore's Lov.)



441

a) GeoGebra, på vanlig måte. (Se oppgavene foran.)

b)

max $= 28$, min $= 15$

gir: Amplitude: $A = \frac{28-15}{2} = 6.5$

Likevektslinje: $d = \frac{15+28}{2} = 21.5$

$T = 12$ gir: $c = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} = 0.524$

Krysser likevektslinje (21.5) på stigende flanke i $t = 10$,

så: Faseforskjell=10

og vi får: $f(t) = 21.5 + 6.5\sin(0.524(t-10)) =$

$= 21.5 + 6.5\sin(0.524t - 5.24)$

eller:

$21.5 + 6.5\sin(0.524t - 5.24 + 2\pi)$

$= 21.5 + 6.5\sin(0.524t + 1.04)$

c) **f(x)=RegSin[L_1]** gir modellen:

$f(t) = 21.4 + 6.29\sin(0.525t + 0.967)$[grader], $t \in [0, 12]$ [mnd]

(Faseforskjellen i fasit må være gal.)

d)

Dette gidder jeg ikke, det er klønete og unødvendig å derivere her:

$f(t)$ er maks når $0.525t + 0.967 = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = \frac{\frac{\pi}{2}-0.967}{0.525} + k\frac{2\pi}{0.525} \Leftrightarrow$

$t = 1.15 + k12$

altså ca. 20 januar. (Hvis $t = 1$ tilsvarer 15 januar) e)

$f'(x) = 3.30cos(0.525x + 0.967)$ (GeoGebra: Kommandoen **f'**(**x**) utfører denne derivasjonen.)

For å finne f'_{maks} deriverer vi igjen:

f'(**x**)

A=**Nullpunkt**[**f'**(**x**),**10**,**11**]

max_x=**x**(**A**)

VP=(**max_x**,**f**(**max_x**))

Temperaturen øker mest i vendepunktet, dvs. t=10.1 (oktober)