Noen eksempler fra 3.2 - 3.6.

Trigonometriske formler, ligninger og kurvetilpasning.

Noen oppgaver med radianer og omforminger

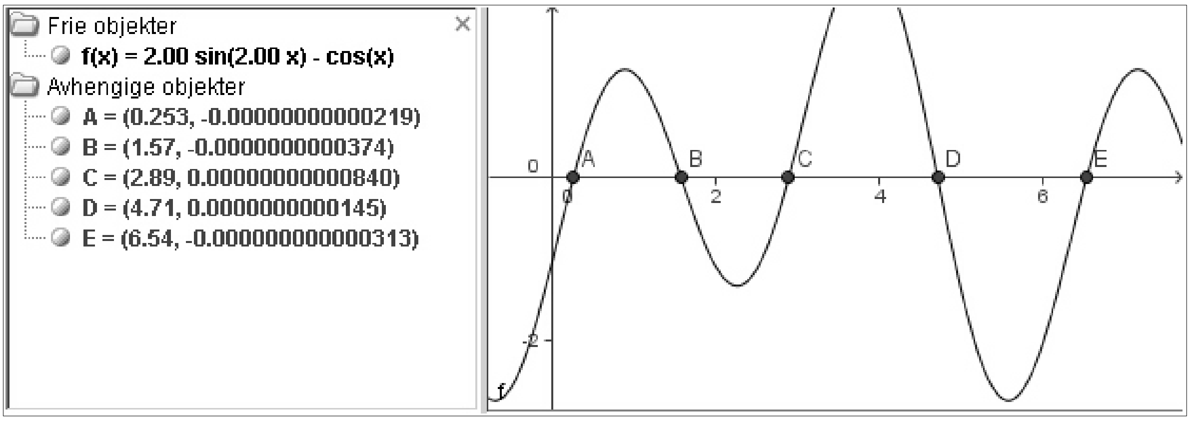
3.28

$2\sin 2x - \cos x = 0, \qquad x \in [0, 2\pi\rangle$

$2(2\sin x\cos x - \cos x) = 0 \Leftrightarrow 4\cos x(\sin x - \frac{1}{4}) = 0 \Leftrightarrow$
$\cos x = 0 \vee \sin x = \frac{1}{4}$
$x = \frac{\pi}{2} + k\pi \wedge x = 0.253 + l2\pi \vee x = (\pi - 0.253) + m2\pi$
$L = \{0.253, \frac{\pi}{2}, 2.89, \frac{3\pi}{2}\}$

Sjekk med GeoGebra:

Skriv inn funksjon i inntastingsfeltet: f(x)=2*sin(2*x)-cos(x)
Sett av punktene A, B, C, D og E som skjæring mellom x-aksen og f(x).
Les av x-koorinatene til punktene i algebravinduet til venstre:



317 b

$4\cos^2 x + 4\cos x - 3 = 0, \qquad x \in [0, 2\pi\rangle$
$4u^2 + 4u - 3 = 0, \qquad u = \cos x$
$u = \frac{1}{2} \vee u = -\frac{3}{2}$
$\cos x = \frac{1}{2} \vee \cos x = -\frac{3}{2}$
$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + l2\pi$ $\qquad$ ($\cos x = -\frac{3}{2}$ har ingen løsning.)
$L = \{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$

Oppgaver på tavle:

1)
$4\sin^2 x + 4\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0, \qquad x \in [0, 2\pi\rangle$
Vi forutsetter at $\cos x \neq 0$ $\qquad$ ($\cos x = 0$ gir ingen løsning)

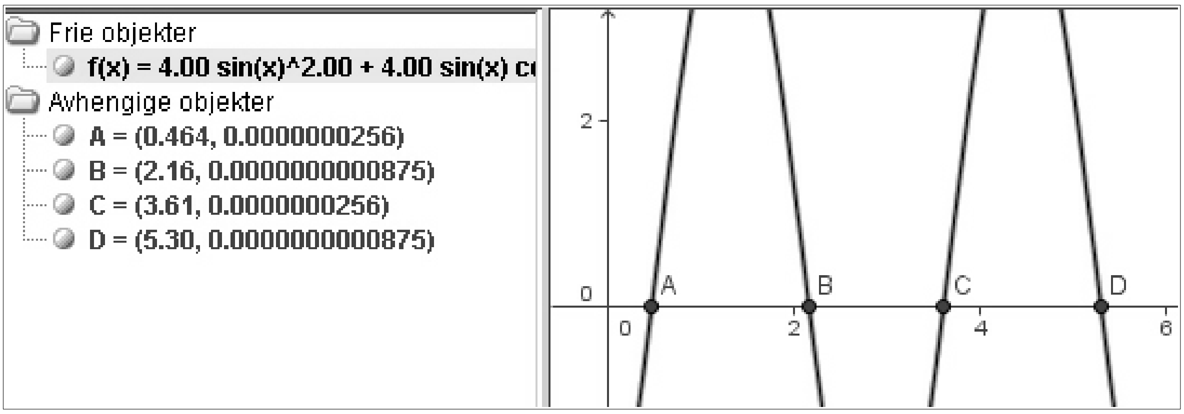
$\frac{4\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{4\sin x\cos x}{\cos^2 x} - \frac{3\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$
$4\tan^2 x + 4\tan x - 3 = 0$
$\tan x = \frac{1}{2} \vee \tan x = -\frac{3}{2}$ $\qquad$ (Andregradsligning løst i 317 b!)

$x = 0.465 + k\pi \vee x = -0.983 + l\pi$
$L = \{0.465, 2.16, 3.61, 5.30\}$

2)
$2\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 5\cos^2 x + 2 = 0, \quad x \in [0, 2\pi\rangle$
$2\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 5\cos^2 x + 2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 0 \quad$ (Bruker $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$)
$4\sin^2 x + 4\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$
Resten som i oppgaven foran...

Sjekk med GeoGebra:

Skriv inn funksjon i inntastingsfeltet:
f(x)=4.00 sin(x)^2.00 + 4.00 sin(x) cos(x) - 3.00 cos(x)^2.00
Sett av punktene A, B, C og D som skjæringspunkter mellom x-akse og f(x).
Les av x-koorinatene til punktene i algebravinduet til venstre:



3.6 Kurvetilpasning

Eksempel 2 side 146: Vannstanden i Andenes 3. januar 2008

Oppgitt:
Høyeste nivå: (9,179),(21,177)
Laveste nivå: (3,97),(15,106)

Her kan man tilpasse funksjonen $f(x) = L + A\sin(kx + \varphi)$
eller som jeg foretrekker: $f(x) = L + A\sin(k(x + \phi))$

Skjema/bruksanvisning:

$L = \frac{\max + \min}{2} = \frac{178 + 102}{2} = 140$ (Bruker gjennomsnitt av to og to ekstremalpunkter.)

$A = \frac{\max - \min}{2} = \frac{178 - 102}{2} = 38$

Leser av perioden mellom to maksimalpunkter: $T = 21 - 9 = 12$

$k = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$

Faseforskyvningen kan vi lese av fra grafen i punktet (6,140) som $\phi = 6$
eller regne ut ved hjelp av et annet punkt, feks. første maksimum:
$\sin(\frac{\pi}{6}(9 + \phi)) = 1 \Leftrightarrow (\frac{\pi}{6}(9 + \phi) = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \phi = \frac{\pi}{2}\frac{6}{\pi} - 9 = -6$

Altså får vi: $f(x) = 140 + 38\sin(\frac{\pi}{6}(x-6))$

eller

$$f(x) = 140 + 38\sin(\frac{\pi}{6}x - \pi)$$

Vi kan teste dette i GeoGebra ved å legge inn:

Punktene:

Max_1=(9,179)
Max_2=(21,177)
Min_1=(3,97)
Min_2=(15,106)

Funksjonen:

$f(x) = 140 + 38 * \sin(pi * (x-6)/6)$

Hvis du har startet med webstartknappen på årstabellen og bruker pre-release versjonen, kan du også utføre en sinus-regresjon med:

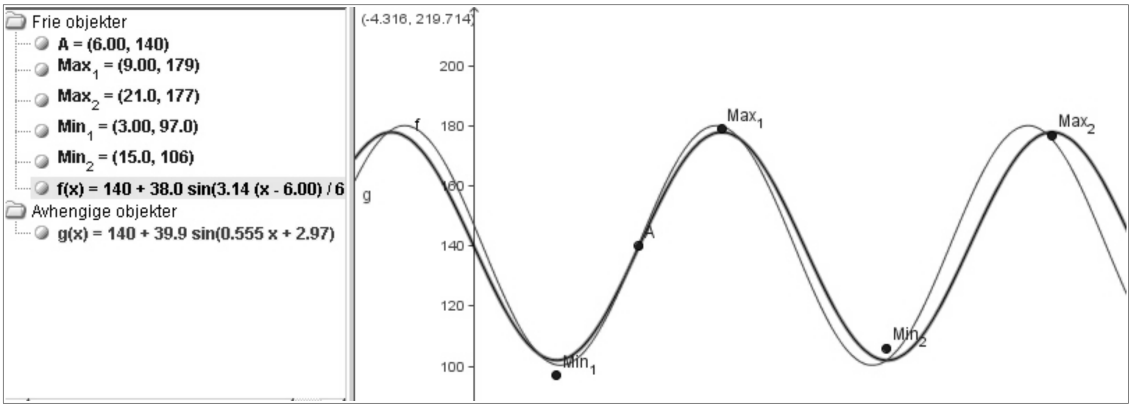
Et punkt til er nødvendig, bruker:

A=(6,140)

Sinus-regresjon:

g(x)=RegSin[{A,Min_1,Max_1,Min_2,Max_2}]
(FitSin i engelsk utgave)

og får:



Lommeregnerens STAT, Calc, SinReg gir til sammenligning.

$f(x) = 140.3 + 40.0\sin(0.556 + 2.97)$