Løsningsskisser

- Absolutt vinkelmål 330, 332
- $A\sin(cx+\varphi)+d$: 342, 343
- $a\sin cx + b\cos cx = A\sin(cx+\varphi)$: 350

330 c

Legg merke til at ligninger som blander polynomer og trigonometriske funksjoner ikke lar seg løse eksakt, eksempelvis $\cos x = ax + b$ osv.

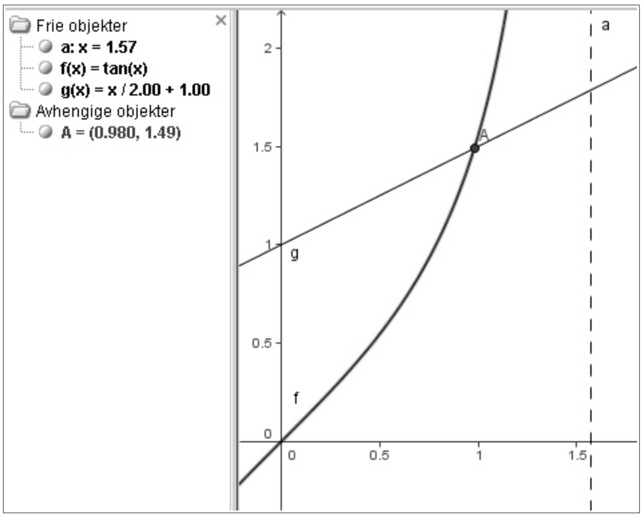
Lommeregner:

Y1=tan(X)
Y2=X/2+1
GRAPH, CALC,5:intersect
$L = \{0.980\}$

GeoGebra:

f(x)=tan(x)
g(x)=x/2+1
y=pi/2 *(Asymptote.)*
S=skjæring[f,g,(0.5,f(0.5))
Må hjelpe Skjæring[]-kommandoen ved å gi et startpunkt.

Også her blir løsningen 0.980:



332

Alle: $x \in [0, 2\pi\rangle$

a) $2\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x(\sin - \frac{1}{2}) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \vee \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$x = 0 \vee x = \pi \vee x = \frac{\pi}{6} \vee x = \pi - \frac{\pi}{6}$

$L = \{0, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{5\pi}{6}, \pi\}$

b) Andregradsligning i $u = \sin x$...

c) Andregradsligning i $u = \cos x$...

d) $-2\cos^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2(1 - \sin^2 x) + 3\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow$
$2\sin^2 x + 3\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2u^2 + 3u - 3 = 0, u = \sin x$
...

e) $\tan^2 x + 4\tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x(\tan x + 4) = 0 \Leftrightarrow$
$\tan x = 0 \vee \tan x = -4 \Leftrightarrow x = 0 + k\pi \vee x = -1.33 + l\pi$
$L = \{0, 1.82, \pi, 4.96\}$

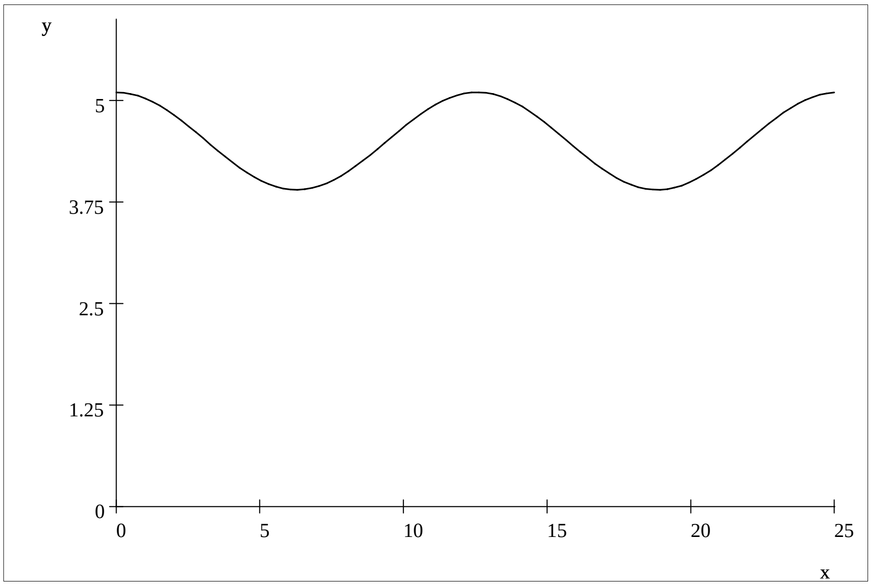
f) $\tan x \sin x - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(\tan x - 2) = 0$...

g) Andregradsligning i $u = \tan x$...

h) $2\tan^3 x + \tan^2 x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x(2\tan^2 x + \tan x - 1) = 0$...

342

Vanndybde: $f(t) = 4.5 + 0.6\cos(0.5t)$ [m], $t \in [0, 24]$ [timer]



a)

Kl. 06:00: $f(6) = 3.91$ [m]

b)

Maksimum når $\cos(0.5t) = 1$:
$f_{\max} = 4.5 + 0.6 \cdot 1 = 5.1$ [m]

Dette skjer når: $0.5t = 0 + k2\pi \Leftrightarrow t = 0 + k\frac{2\pi}{0.5} = 0 + k12.6 \Leftrightarrow$
$t = 0 \vee t = 12.6$ [timer]

c)

Minimum når $\cos(0.5t) = -1$:
$f_{\min} = 4.5 + 0.6(-1) = 3.9$ [m]

Dette skjer når: $0.5t = \pi + k2\pi \Leftrightarrow t = 6.28 + k12.6 \Leftrightarrow$
$t = 6.28 \vee t = 18.9$ [timer]

d)

Perioden: $\frac{2\pi}{T} = 0.5 \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{0.5} = 12.6$ [timer]

343

Modell: $y = A\sin(ct + \varphi)$

Opplysninger:
$y_{\max} - y_{\min} = 20,\quad y_{\min} = 4.0$ når $t = 0,\quad T = 12.5$

Amplitude: $A = \frac{y_{\max}-y_{\min}}{2} = 10$ [m]

Likevektslinje: $d = y_{\min} + \frac{A}{2} = 4 + \frac{20}{2} = 14$[m]

Koeffisienter:
$c = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12.5} = 0.503$

$y(0) = y_{\min}$ når $\sin(c0 + \varphi) = -1 \iff$
$\varphi = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \iff \varphi = \frac{3\pi}{2} = 4.71$ eller $\varphi = -\frac{\pi}{2} = -1.57$

): $y = 10\sin(0.503x - 1.57)$
(Men kunne også valgt $y = 10\sin(0.503x + 4.71)$.)

350

$T(t) = 5\sin(\frac{\pi}{12}t) - 3\cos(\frac{\pi}{12}t) + 2$

Omformer med formelen:
$a\sin cx + b\cos cx = \sqrt{a^2 + b^2}\,\sin(cx + \varphi)$
der $\tan\varphi = \frac{b}{a}$ og φ i riktig kvadrant.
Se side 154 og 155...

$\tan\varphi = \frac{-3}{5} \iff \varphi = -0.540$ (må være i fjerde kvadrant)

$T(x) = \sqrt{5^2 + 3^2}\,\sin(\frac{\pi}{12}t - 0.540) + 2 = 5.83\sin(0.262t - 0.540) + 2$

a) Høyest temperatur når $\sin(\dots) = 1$:
$T_{\max} = 5.83 \cdot 1 + 2 = 7.83$ [°C]
Når:
$0.262t - 0.540 = \frac{\pi}{2} + k2\pi \iff$
$t = \frac{\frac{\pi}{2}+0.54}{0.262} + k\frac{2\pi}{0.262} = 8.06 + k24.0$
): Kl. $8:04$ om morgenen.

b) Lavest temperatur når $\sin(\dots) = -1$:
$T_{\min} = 5.83(-1) + 2 = -3.83$[°C]
Når:
$0.262t - 0.540 = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \iff$
$t = \frac{\frac{3\pi}{2}+0.54}{0.262} + k\frac{2\pi}{0.262} = 20.0 + k24.0$
): Kl. 20:00 om kvelden

c) Gjennomsnittstemperatur = likevektslinje: $d = 2$ [°C]

Ekstra: Når stiger og synker temperaturen mest?

Svar: I vendepunktene, altså når $T(t)$ skjærer likevektslinjen og
$\sin(\ldots) = 0$

Dette skjer når: $0.262t - 0.540 = 0 + k\pi \Leftrightarrow$

$t = \frac{0.54}{0.262} + k\frac{\pi}{0.262} \Leftrightarrow$

$t = 2.06 + k12.0$

): Kl. 02 : 04 og 14 : 04.

Legg merke til at vi ikke trenger å derivere for å finne topp-, bunn- og vendepunkter for $A\sin(cx + \varphi) + d$***!***