

Noen oppgaver fra "Blandede oppgaver" side 360-361

351 e, 353 a, 353 e, 354, 356 b, X3.1 b, X3.4

351 e

$$2 \cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x (\cos x + \frac{1}{2}) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \vee \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$
$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + l2\pi \vee x = (2\pi - \frac{2\pi}{3}) + m2\pi$$
$$L = \{ \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2} \}$$

353 a

$$3 \sin^2 x - \cos^2 x = 2 \Leftrightarrow \quad (\text{Kan velge om man vil ha bare sin eller bare cos...})$$
$$3 \sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = 2 \Leftrightarrow 4 \sin^2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$$
$$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = (\pi - \frac{\pi}{3}) + l2\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + m2\pi \vee x = (\pi - (-\frac{\pi}{3})) + n2\pi$$
$$L = \{ \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \}$$

353 e

$$\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2 \cos^2 x - 1) - 3 \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$
$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \vee \cos x = 1 \Leftrightarrow$$
$$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = (2\pi - \frac{\pi}{3}) + l2\pi \vee x = 0 + m2\pi$$
$$L = \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\} \quad (2\pi \text{ ikke med, feil i fasit.})$$

354

$$\text{a) } VS = (1 - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x) = \cos^2 x (1 + \tan^2 x) = \cos^2 x + \cos^2 x \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} =$$
$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad (\cos x \neq 0)$$

$$\text{b) } VS = 1 - \frac{\cos^2 v}{1 + \sin v} = \frac{(1 + \sin v) - \cos^2 v}{1 + \sin v} = \frac{1 + \sin v - (1 - \sin^2 v)}{1 + \sin v} = \frac{\sin v - \sin^2 v}{1 + \sin v} =$$
$$\frac{\sin v(1 + \sin v)}{1 + \sin v} = \sin v \quad (\sin v \neq -1) \quad (\text{Betingelsen bør med!})$$

356 b

$$\frac{\sin 2x - \sin x}{\cos 2x - \cos x + 1} = \frac{2 \sin x \cos x - \sin x}{(2 \cos^2 x - 1) - \cos x + 1} = \frac{\sin x(2 \cos x - 1)}{2 \cos^2 x - \cos x} = \frac{\sin x(2 \cos x - 1)}{\cos x(2 \cos x - 1)} =$$
$$\tan x \quad (\cos x \neq 0 \wedge \cos x \neq \frac{1}{2}) \quad (\text{Betingelsen bør med!})$$

X3.1b

$$3 \sin x - 2 \cos x = 2 \Leftrightarrow$$
$$\sqrt{3^2 + 2^2} \sin(x + \phi) = 2, \quad \text{der} \quad \tan \phi = \frac{-2}{3} \wedge \phi \in 4\text{de kvadrant}$$
$$\sqrt{13} \sin(x - 0.5880) = 2 \Leftrightarrow$$
$$\sin(x - 0.5880) = 0.5547 \Leftrightarrow$$
$$x - 0.5880 = 0.5880 + k2\pi \vee x - 0.5880 = (\pi - 0.5880) + l2\pi \Leftrightarrow$$
$$x = 1.176 + k2\pi \vee x = \pi + l2\pi$$
$$L = \{1.18, \pi\}$$

X3.4

a) og b)

Skal finne $y = L + A \sin(c(x - \phi)) = L + A \sin(cx - c\phi)$

Likevektslinje: $L = \frac{\max + \min}{2} = \frac{9+6}{2} = 7.5$

Amplitude: $A = \frac{\max - \min}{2} = \frac{9-6}{2} = 1.5$

Periode: $T = x_{\max 2} - x_{\max 1} = 13.8 - 1.4 = 12.4$
 $\Rightarrow c = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12.4} = 0.507$

Faseforksyvning:

Enten: Passerer likevektslinje på stigende flanke midt mellom fjære og flo:

$$\phi = \frac{7.6+13.8}{2} = 10.7 \quad (\text{eller } 10.7 - 12.4 = -1.7)$$

Eller ved utregning ut fra andre flo/maks (første skjæring med likevektslinje på stigende flanke):

$$c(x_{\max 1} - \phi) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \phi = x_{\max 1} - \frac{\pi}{2c} = 13.8 - \frac{\pi}{2 \cdot 0.507} = 10.7$$

(eller $10.7 - 12.4 = -1.7$)

$$y = 7.5 + 1.5 \sin(0.507(x + 1.7)) = 7.5 + 1.5 \sin(0.507x + 0.862)$$

b) $x = 06 : 15 = 6.25$ gir vanndybde:

$$y = 7.5 + 1.5 \sin(0.507 \cdot 6.25 + 0.862) \approx 6.3 \text{ [m]}$$

c) Når passerer vi kritisk nivå:

$$7.5 + 1.5 \sin(0.507x + 0.862) = 7 \Leftrightarrow$$

$$\sin(0.507x + 0.862) = -0.3333 \Leftrightarrow$$

$$0.507x + 0.862 = -0.340 + k2\pi \vee 0.507x + 0.862 = (\pi - (-0.340)) + l2\pi \Leftrightarrow$$

$$x = -2.37 + k12.4 \vee x = 5.17 + l12.4$$

$$L = \{5.17, 10.0, 17.57, 22.4\}$$

Båten kan passere fra midnatt til 05:10 om morgenen,
fra 10:00 til 17:34 og fra 22:26 til midnatt (og videre til 05:10 neste morgen).
(Fasit har glemt å regne om alle tall fra desimaltall til klokkeslett...)