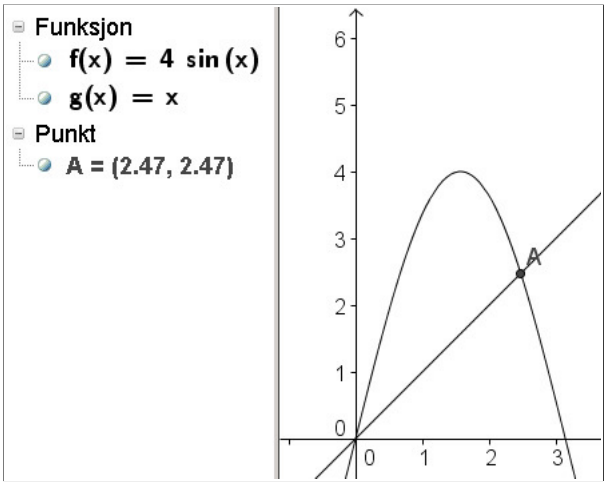
Oppgaver i kapittel 3.5

330 b, 332 g, 334 e og et ekstra eksempel.

330 b

$4\sin x = x, \qquad x \in \langle 0, 2\pi \rangle$
Ligninger av trigonometriske funksjoner ($4\sin x$) og polynomfunksjoner (x) kan *ikke* løses eksakt og må løses numerisk på en grafisk lommeregner eller med andre digitale verktøy:

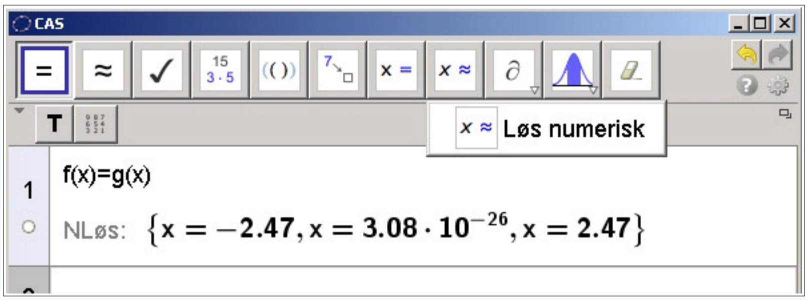
Numerisk i grafdelen. (Egentlig det greieste, da vi da får et visuelt bilde av hva vi gjør.)



Kommandoer:
f(x):=4 sin(x)
g(x):=x
Skjæring[f,g,2,3]
Finner skjæringspunktet A mellom $f(x)$ og $g(x)$ i området $2 < x < 3$

(Kunne også gjort:
f(x):=4 sin(x) - x
Nullpunkt[f,2,3]
Finner nullpunktet til $f(x)$ i området $2 < x < 3$)

Numerisk i CAS-verktøyet:

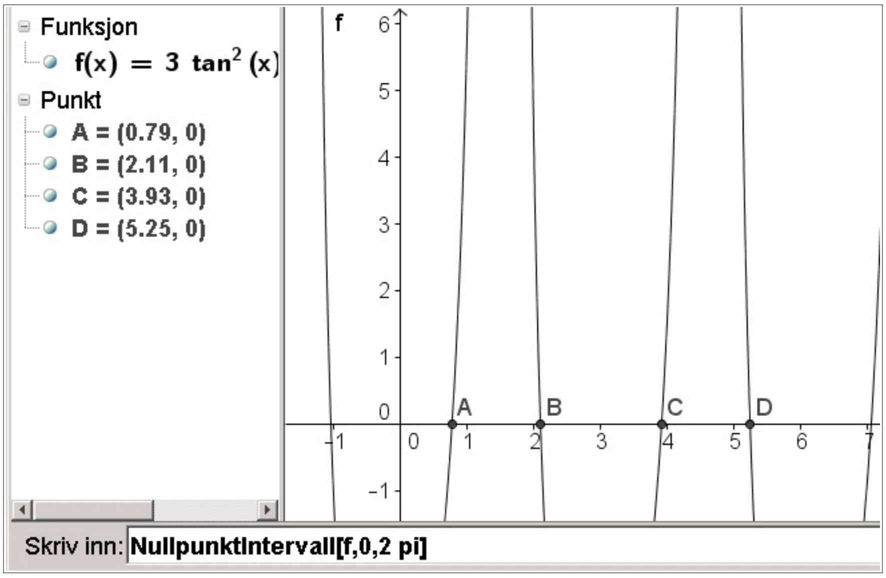


(Bare $x = 2.47$ som er i definisjonsmengden.)

332 g

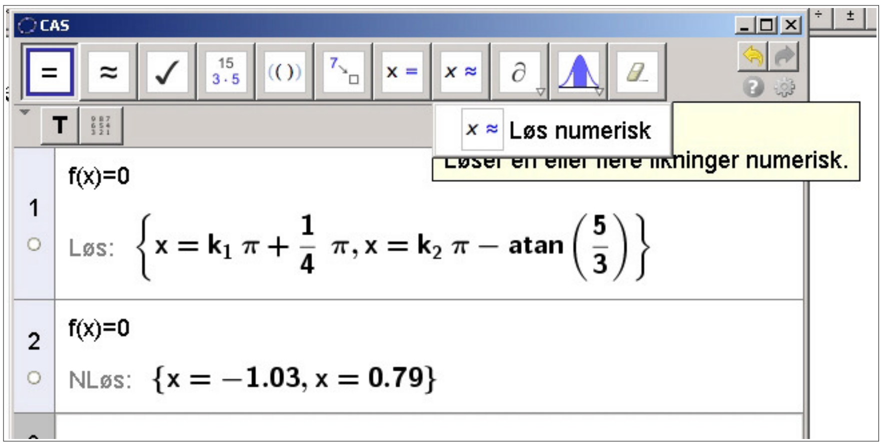
$3\tan^2 x + 2\tan x - 5 = 0, \qquad x \in [0, 2\pi\rangle$
$3u^2 + 2u - 5 = 0, \qquad u = \tan x$
$\tan x = -\frac{5}{3} \vee \tan x = 1$
$x = -1.03 + k\pi \vee x = \frac{\pi}{4} + l\pi$
$L = \{\frac{\pi}{4}, 2.11, \frac{5\pi}{4}, 5.25\}$ (For $k = 1, 2$ og $l = 0, 1$)

Kontroll i GeoGebra - numerisk i graftegner:



Kommandoer:
f(x):=3 (tan(x)) ^2+2 tan(x)-5
NullpunktIntervall[f, 0, 2 pi] gir nullpunktene A,B,C,D

Med CAS:



Legg merke til at eksakt løsning gir alle løsninger, mens numerisk bare gir 2 løsninger i omløpet $[-\pi, \pi]$, ikke $[0, 2\pi\rangle$.

334 e

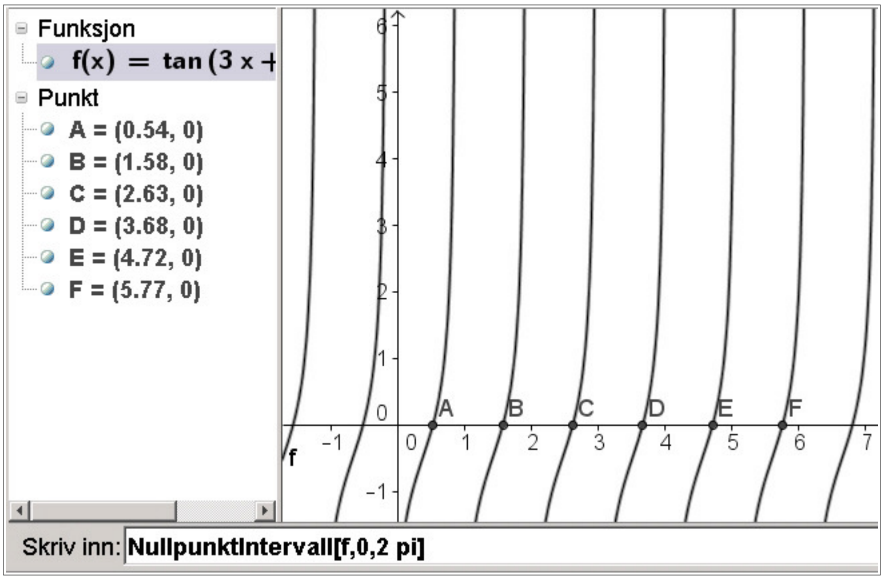
$\tan(3x + 2) = 0.5, \qquad x \in [0, 2\pi\rangle$
$\tan u = 0.5, \qquad u = \tan(3x + 2)$

$3x + 2 = 0.4636 + k\pi$
$3x = -1.536 + k\pi$

$x = -0.512 + k\frac{\pi}{3}$

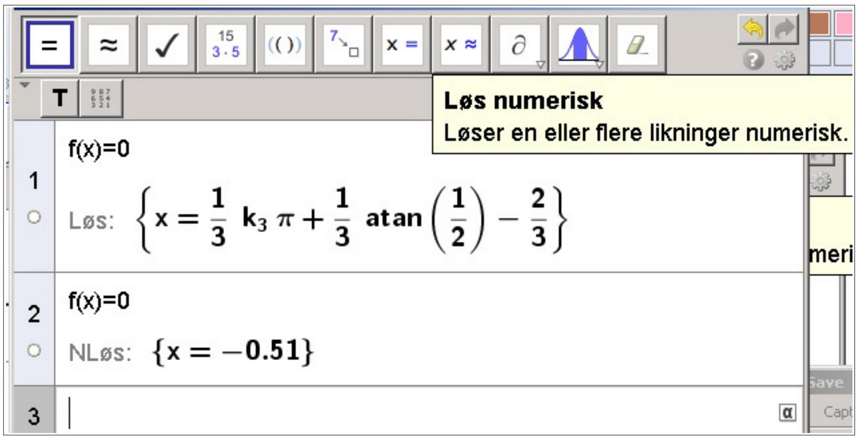
$L = \{0.535, 1.58, 2.62, 3.68, 4.72, 5.77\}$ (for $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)

Kontroll med GeoGebra, grafisk/numerisk:



Kommandoer:
f(x):=tan(3 x+2)-0.5
NullpunktIntervall[f, 0, 2 pi] gir nullpunktene A,B,C,D,E,F

Med CAS:



Legg igjen merke til at eksakt løsning gir alle, mens numerisk løsning bare gir en!

Et ekstra eksempel:

$2\cos x \sin(3x+1) - \cos x = 0, \qquad x \in [0, 2\pi\rangle$
$\cos x(2\sin(3x+1) - 1) = 0$
$\cos x = 0 \vee 2\sin(3x+1) - 1 = 0$
$\cos x = 0 \vee \sin(3x+1) = \frac{1}{2}$

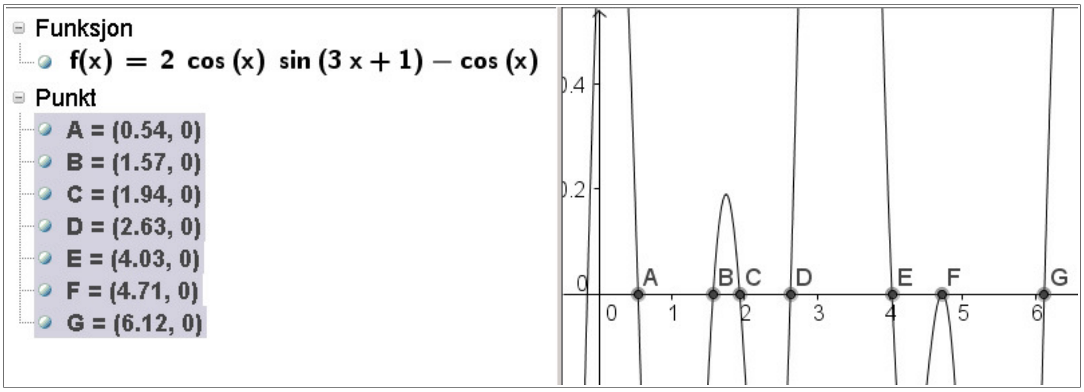
$\cos x = 0$ gir:
$x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \vee x = 2\pi - \frac{\pi}{2} + k_2 2\pi$
eller forenklet, da løsningene ligger symmetrisk om origo

når $\cos x = 0$:
$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$\sin(3x+1) = \frac{1}{2}$ gir:
$3x + 1 = \frac{\pi}{6} + l2\pi \vee 3x + 1 = \pi - \frac{\pi}{6} + m2\pi$
$3x = \frac{\pi - 6}{6} + l2\pi \vee 3x = \frac{5\pi - 6}{6} + m2\pi$
$x = \frac{\pi - 6}{18} + l\frac{2\pi}{3} \vee x = \frac{5\pi - 6}{18} + m\frac{2\pi}{3}$

$L = \left\{\frac{5\pi-6}{18}, \frac{\pi}{2}, \frac{13\pi-6}{18}, \frac{17\pi-6}{18}, \frac{25\pi-6}{18}, \frac{3\pi}{2}, \frac{29\pi-6}{18}, \frac{37\pi-6}{18}\right\}$
Litt omstendelig å regne ut dette eksakt som over, så her er det greiest
å bruke desimaltall:
$L \approx \{0.539, 1.57, 1.94, 2.63, 4.03, 4.71, 4.73, 6.12\}$ (8 løsninger!)

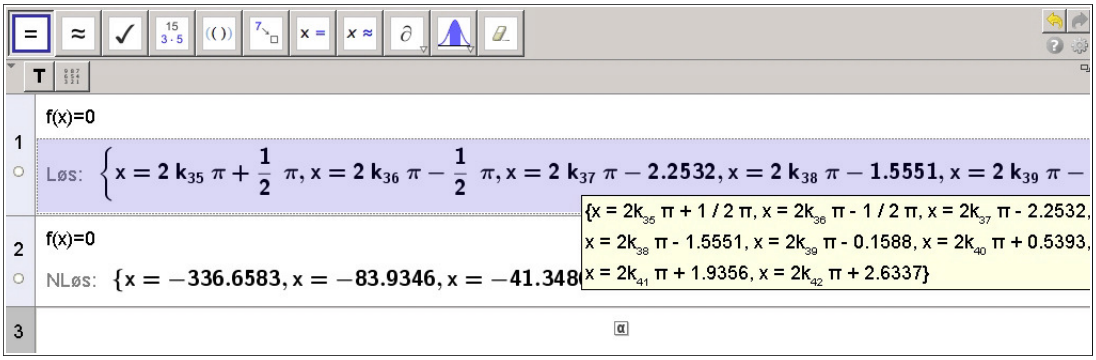
Kontroll med GeoGebra - grafisk/numerisk:



Kommandoer:
f(x):=2 cos(x) sin(3 x+1)-cos(x)
NullpunktIntervall[f, 0, 2 pi] gir nullpunktene A,B,C,D,E,F,G

Obs: Her ser vi av grafen at GeoGebra *mister* en løsning pga. avrundingsfeil,
F skulle vært to!
Kan søke opp disse 2 med NullpunktIntervall[f, 4.5, 5]

Med CAS:



Blir nokså uoversiktlig i CAS pga. antallet løsninger...
Så igjen, best visuell oversikt i grafisk/numerisk del av GeoGebra.