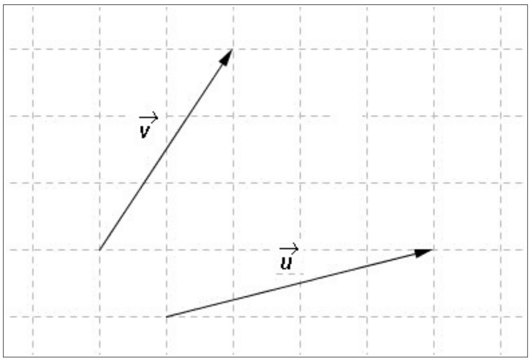
R2 - Kapittel 1.1 - 1.3 - 12.09.12

I

Gitt punktene $A(2,1,3)$ og $B(5,-2,4)$.
a) Finn vektor $\overrightarrow{AB}$.
b) Finn lengden av vektor $\overrightarrow{AB}$.

II

Gitt vektorene $\vec{u}$ og $\vec{v}$ i rutenettet under:



Figur 1

a) Tegn vektorene inn i figuren:
i) $\vec{u}+\vec{v}$ ii) $\vec{u}-\vec{v}$ iii) $-\frac{1}{2}\vec{u}$

b) Regn også ut vektorene i i), ii) og iii) på koordinatform.
c) Finn $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

III

Gitt vektorene $\vec{u}=[2,1,3]$ og $\vec{v}=[-\sqrt{2},-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{3}{2}\sqrt{2}]$
Undersøk om $\vec{u}\parallel\vec{v}$. (Parallelle.)

IV

Gitt vektorene $\vec{u}=[3,1,2]$ og $\vec{v}=[2,-1,5]$.
Regn ut:
a) $\vec{u}\cdot\vec{v}$.
b) Vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$.
c) Projeksjonen av $\vec{u}$ på $\vec{v}$ som tall.
d) Projeksjonen av $\vec{u}$ på $\vec{v}$ som vektor.
e) $\vec{u}\times\vec{v}$.
f) Arealet utspent av $\vec{u}$ og $\vec{v}$.

V

En rett linje l har parameterfremstillingen $l\ :\ \left\{\begin{array}{c} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{array}\right\}$

Finn skjæringspunktet mellom linjen l og xy –planet.

VI

Et plan α har parameterfremstillingen $\alpha\ :\ \left\{\begin{array}{c} x = 1+2s+t \\ y = 3-s-t \\ z = 2+s+2t \end{array}\right\}$

Finn skjæringspunktet mellom planet α og z –aksen.

VII

Finn volumet av parallellepipedet utspent av $\vec{u} = [1,1,4], \vec{v} = [2,2,1]$ og $\vec{w} = [4,2,3]$.

VIII

Forklar hvordan du kan sjekke om fire punkter A, B, C og D ligger i samme plan.

Formler:

$[x_1,y_1,z_1] \pm [x_2,y_2,z_2] = [x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2]$
$k[x,y,z] = [kx,ky,kz]$
$|[x,y,z]| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
Enhetsvektor: $\vec{e} = \frac{1}{|\vec{u}|}\vec{u}$
$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos\alpha = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v$

Vinkel mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$: $\cos\alpha = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$

Ortogonale: $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

Projeksjon av $\vec{u}$ på $\vec{v}$: $p = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|}$ eller $\vec{p} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|^2}\vec{v}$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = [y_1 z_2 - z_1 y_2, -(x_1 z_2 - z_1 x_2), x_1 y_2 - y_1 x_2]$$

Areal av utspent parallellogram: $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|\sin\alpha = \sqrt{|\vec{u}|^2|\vec{v}|^2 - (\vec{u}\cdot\vec{v})^2}$
Volum av utspent parallellepiped: $|(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}|$

Linje gjennom A med retningsvektor $\vec{r}$: $\left\{\begin{array}{c} x = x_A + x_r t \\ y = y_A + y_r t \\ z = z_A + z_r t \end{array}\right\}$

Plan gjennom A med retningsvektorer $\vec{r}$ og $\vec{q}$: $\left\{\begin{array}{c} x = x_A + x_r s + x_q t \\ y = y_A + y_r s + y_q t \\ z = z_A + z_r s + z_q t \end{array}\right\}$