

R2 - Differensialligninger og Algebra - 30.03.2017

Oppgave 1

Gitt 3 tallfølger:

- 1) 4, 12, 36, 108, ... 2) 2, 7, 12, 17, ...
 3) $2, \frac{3}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{16}, \dots$

- a) Skriv opp det eksplisitte uttrykket for n 'te ledd, a_n , for følgene over.
 b) Finn summen av 100 ledd, $S_{100} = \sum_{i=1}^{100} a_i$, for følgene i 1) og 2).
 c) Finn rekursive formler for tallfølgene over.

Oppgave 2

Ferkenberg skal låne 250000 kr. til bilkjøp.
 Lånet skal tilbakebetales med 5 like store innbetalinger (annuitetslån).
 Den første innbetalingen skjer et år etter at lånet er tatt opp.
 Hvor stor blir den årlige innbetalingen hvis banke vil ha 3.5% rente?

Oppgave 3



Bildet over viser hesteeier Luresen og travhesten Strøket rett etter at Luresen har tilført Strøket en daglig dose av det prestasjonsfremmende medikamentet Sprottex. Produsentene av Sprottex, som foretrekker anonymitet, anbefaler en daglig dose på 10 gram Sprottex.

For hvert gram Sprottex lagres det 5 mg av et sporstoff S i blodet på hesten. Sporstoffet S i blodet brytes ned med 15% hvert døgn.

Luresen brukte anbefalt dose 10 gram Sprottex hvert døgn i 30 dager før et travløp.

- a) Hvor mye av sporstoffet S hadde Strøket i blodet på løpsdagen?
(Anta at dosen gies hver morgen og at det går et døgn fra siste dose til løpet går. Bruk rekker i utregningene, selv om det også er mulig å gjøre denne oppgaven med differensialligninger.)
- b) Strøket ble desverre tatt i dopingkontrollen, da det viste seg at grensen for deteksjon lå på 200 mg av sporstoffet S.
Hva er den maksimale dosen Sprottex Luresen kunne ha brukt hvis Strøket ikke skulle ha blitt tatt i kontrollen?

Oppgave 4

En pendel har lengden $l = 2$ m. Pendelkulen har massen $m = 1$ kg og beveger seg i en væske slik at dempningsfaktoren blir $d = 4$ Ns/m. Bevegelsen starter med at utslaget er $f(0) = 0.5$ m og at pendelkulen er i ro.

- a) Forklar hvorfor differensialligningen for utslaget $f(t)$ blir:
 $f'' + 4f' + 5f = 0$, hvis vi regner med små utslag og at $g = 10$ m/s².
- b) Vis at differensialligningen har den generelle løsningen:
 $f(t) = e^{-2t}(C \sin t + D \cos t)$
- c) Finn den spesielle løsningen av differensialligningen.

Oppgave 5

Vi har en tallfølge a_n : 2, 7, 14, 23, 34, ...

- a) Bruk tabell og differanser til å finne a_6 , a_7 og a_8 og $S_8 = \sum_{i=1}^8 a_i$.
- b) Vis at differansefølgen $d_n = a_{n+1} - a_n$ har den eksplisitte formelen
 $d_n = 2n + 3$.
- c) Vis at a_n har den rekursive formelen $\{a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + (2n + 3)\}$.
- d) Ut fra tabellen kan vi se at a_n må ha en eksplisitt formel som er et andregradspolynom, og at vi har sammenhengen $a_n = a_1 + \sum_{i=1}^{n-1} d_i$, der $d_n = a_{n+1} - a_n$.
Bruk denne formelen til å vise at $a_n = n^2 + 2n - 1$.
- e) Skriv opp nødvendige GeoGebra-kommandoer for å finne en generell formel for summen $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$.