

R2 - kapittel 5 EF og 6 ABCD

Oppgave 1

Løs differensialligningene:

a) $y' + x = \cos x$

b) $y' = yx + x$

c) $y' = 1 + \frac{y}{x}$

Oppgave 2

Vis at differensialligningen $y' = y - y^2$ har den generelle løsningen $y = \frac{1}{1+Ce^{-x}}$.

Finn den spesielle løsningen som har initialbetingelsen $y(0) = \frac{1}{4}$.

Oppgave 3

En plastflaske tømmes for vann gjennom et hull i bunnen.

Det kan vises at høyden på vannstanden inne i flasken, $h(t)$, er gitt ved differensialligningen

$$h' = -0.0108\sqrt{h}, \quad \text{der } h(t) \text{ måles i meter og } t \text{ i sekunder.}$$

a) Vis at $h(t) = (C - 0.0054t)^2$ er en generell løsning av differensialligningen.

b) Bestem den spesielle løsningen når $h(0) = 0.20$ meter.

Oppgave 4

En kuleflate α har ligningen $x^2 - 6x + y^2 + z^2 = 0$.

a) Bestem sentrum S og radius R i kuleflaten.

b) En rett linje har parameterfremstillingen $l : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 2t \end{cases}$

Finn skjæringspunktene A og B mellom linjen l og kuleflaten α .

c) Finn ligningene for planene som tangerer kuleflaten i punktene A og B .

d) Finn radien i skjæringssirkelen mellom kuleflaten og et plan som har avstanden $a = 1$ fra sentrum S i kuleflaten.

Oppgave 5

Byen Honolulu på Hawaii ligger på 21.3° nordlig bredde og 158.9° vestlig lengde.
Byen Kabul i Afghanistan ligger på 34.5° nordlig bredde og 69.1° østlig lengde.

Finn korteste avstand (langs jordens overflate) mellom Hawaii og Kabul.

Vi bruker denne parameterfremstillingen for jordoverflaten:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = 6400 \cdot \cos u \cdot \cos v \\ y = 6400 \cdot \cos u \cdot \sin v \\ z = 6400 \cdot \sin u \end{array} \right.$$