

R2 - Differensialligninger - 26.02.2015

Løsningsskisser med CAS for å vise hvordan CAS kan brukes i temaet differensialligninger.

Oppgave 1

a) LøsODE[$y' - x = \exp(x)$] gir:

$$y = c_0 + \frac{1}{2} x^2 + e^x$$

b) LøsOde[$y' - x/y = 0$] gir:

$$y = \sqrt{-2 c_0 + x^2}$$

c) LøsOde[$y' = x y + x$] gir:

$$y = c_0 e^{\frac{x^2}{2}} - 1$$

d) LøsOde[$y' + y = x$] gir:

$$y = c_0 e^{-x} + x - 1$$

Oppgave 2

a) LøsOde[$x y' + y = \cos(x)$] gir:

$$y = \frac{c_1 + \sin(x)}{x}$$

Merk og **Bytt-Ut-knapp** med $x = \pi/2$ og $y = 2$ gir:

$$2 = \frac{2 c_1 + 2}{\pi}$$

Løs-knappen gir:

$$\{c_1 = \pi - 1\}$$

b) LøsOde[$y y' x^2 = 1$] gir:

$$y = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{-c_1 x^2 - x}}{x}$$

Merk og **Bytt-ut-knapp** med $x = 1$ og $y = \sqrt{2}$ gir:

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \sqrt{-c_1 - 1}$$

Løs-knappen gir:

$$\{c_1 = -2\}$$

Oppgave 4

GeoGebra klarer *ikke* denne, noe av grunnen til at den var med på prøven, dette klarer mennesker bedre enn maskiner...

Oppgave 5

b) LøsOde[$y'+0.1 y=2$] gir:

$$y = c_4 e^{-\frac{x}{10}} + 20$$

Merk og **Bytt-Ut-knapp** med $x=0, y=0$ gir:

$$0 = c_4 + 20$$

Løs-knapp gir:

$$\{c_4 = -20\}$$

c) $f(x):=20-20 \exp(-x/10)$ gir:

$$f(x) := -20 e^{-\frac{1}{10}x} + 20$$

$f(31)$ gir:

$$19.1$$

Oppgave 6

a) $K(t):=B/(1+a \exp(-k B t))$ gir:

$$K(t) := \frac{B}{a e^{-Bkt} + 1}$$

$K'(t)$ gir:

$$B^2 a k \frac{e^{-Bkt}}{2 a e^{-Bkt} + a^2 (e^{-Bkt})^2 + 1}$$

$k K(t) (B-K(t))$ gir:

$$B^2 a k \frac{e^{-Bkt}}{2 a e^{-Bkt} + a^2 (e^{-Bkt})^2 + 1}$$

c) Går greiest med regresjon, GeoGebra klarer ikke tre ligninger med tre ukjente

her, antagelig på grunn av at alle tre ligningene inneholder eksponentialfunksjoner.

RegLogist[{(6,330), (12,460), (18,490) }] gir:

$$K(t) = \frac{496}{1+3.24e^{-0.310t}}$$

d) **K(t):=496/(1+3.24 exp(-0.310 t))** gir:

$$K(t) := \frac{12400}{81 e^{-\frac{31}{100}t} + 25}$$

K(0) gir:

$$116.98$$

e) **Grenseverdi[K(t), t, inf]** gir:

$$496$$

f) **K''(t)=0** og **Nløs-knapp** gir:

$$\{t = 3.79\}$$

K'(3.79) gir (tilnærmet):

$$38.44$$