# Formler i derivasjon og integrasjon

## Derivasjonsregler

| $f(x)$ : | $f'(x)$ : | *Kommentar:* |
|---|---|---|
| $x^n$ | $nx^{n-1}$ | Brukes også på $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ og $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ |
| $\ln x$ | $\frac{1}{x} = x^{-1}$ | |
| $e^x$ | $e^x$ | |
| $a^x$ | $a^x \ln a$ | |
| $af(x) + bg(x)$ | $af'(x) + bg'(x)$ | Derivasjon av flerleddede uttrykk |
| $f(x) = f(u), u = g(x)$ | $f'(u)g'(x)$ | Kjerneregel |
| $f(x) = u \cdot v$ | $u'v + uv'$ | Produktregel |
| $f(x) = \frac{u}{v}$ | $\frac{u'v - uv'}{v^2}$ | Brøkregel |

Den deriverte er stigningstallet til tangenten som funksjon av $x$-koordinaten til tangeringspunktet, så stigningstallet til en tangent til $f(x)$ i punktet $(a, f(a))$ blir:

$f'(a)$

og ligningen for tangenten blir:

$y - f(a) = f'(a)(x - a)$ ("Ett-punkts-formelen".)

Den deriverte er null i ekstremalpunkter.

Den dobbeltderiverte er null i vendepunkter.

## Integrasjonsregler

### Definisjon av integral:

(Som sum av rektangler.)

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x, \qquad \text{der } \Delta x = \frac{b-a}{n}, x_i = a + (n-1)\Delta x$$

### Fundamentalteoremet i analysen (funksjonslæren):

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \text{ der } F'(x) = f(x) \Leftrightarrow \int f(x)dx = F(x) + C$$

| $f(x)$ : | $\int f(x)dx$ : | *Kommentar:* |
|---|---|---|
| $x^n$ | $\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$ | Brukes også på $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ og $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ |
| $\frac{1}{x} = x^{-1}$ | $\ln\|x\|+C$ | Unntak for regelen over når $n = -1$. |
| $e^x$ | $e^x + C$ | |
| $a^x$ | $\frac{1}{\ln a}a^x + C$ | |
| $\int(af(x) + bg(x))dx$ | $a\int f(x)dx + b\int g(x)dx$ | Integrasjon av flerleddede uttrykk |
| $\int f(ax+b)dx$ | $\frac{1}{a}F(ax+b) + C$ | Omvendt kjerneregel når $u = ax + b$ |
| $\int e^{ax}dx$ | $\frac{1}{a}e^{ax} + C$ | Følger av linjen over. |
| $\int(ax+b)^n dx$ | $\frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$ | Denne også. |
| $\int(ax+b)^{-1}dx$ | $\frac{1}{a}\ln\|ax+b\|+C$ | Og denne. |

(Senere skal vi føye til integrasjonsregler som tilsvarer kjerneregelen og produktregelen i derivasjon!)

---