Formler i vektorregning:

Versjon: 27.10.09

$[x_1, y_1, z_1] \pm [x_2, y_2, z_2] = [x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2]$

$k[x, y, z] = [kx, ky, kz]$

$|[x, y, z]| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos\alpha$, der α er vinkelen mellom $\vec{u}$ og $\vec{v}$, eller med koordinater:
$\vec{u} \cdot \vec{v} = [x_u, y_u, z_u] \cdot [x_v, y_v, z_v] = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v$

$\cos\alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v}{\sqrt{x_u^2 + y_u^2 + z_u^2}\sqrt{x_v^2 + y_v^2 + z_v^2}}$

Enhetsvektor parallell med $\vec{u}$: $\vec{e} = \frac{1}{|\vec{u}|}\vec{u}$

Projeksjonen av $\vec{u}$ på $\vec{v}$ er $p = |\vec{u}|\cos\alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$ eller som vektor $\vec{p} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2}\vec{v}$

Avstanden fra et punkt P til et plan som har normalvektor $\vec{n}$ og inneholder et punkt A er $\left|\frac{\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|}\right|$

Avstanden fra et punkt P til et plan med ligning $ax + by + cz + d = 0$ er $\left|\frac{ax_P + by_P + cz_P + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}\right|$

$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|\sin\alpha = \sqrt{(|\vec{u}||\vec{v}|)^2 - (\vec{u} \cdot \vec{v})^2}$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e_x} & \vec{e_y} & \vec{e_z} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = [y_1 z_2 - y_2 z_1, -x_1 z_2 + x_2 z_1, x_1 y_2 - x_2 y_1]$$

Plan gjennom $P = [x_p, y_p, z_p]$ med normalvektor $\vec{n} = [a, b, c]$ har
ligningen $\vec{n} \cdot [x - x_P, y - y_P, z - z_P] = 0 \Leftrightarrow a(x - x_P) + b(y - y_P) + c(z - z_P) = 0$

Plan gjennom $P = [x_p, y_p, z_p]$, parallelt med $\vec{u} = [x_u, y_u, z_u]$ og $\vec{v} = [x_v, y_v, z_v]$ har parameterfremstillingen

$$\left\{ \begin{array}{c} x = x_p + sx_u + tx_v \\ y = y_p + sy_u + ty_v \\ z = z_p + sz_u + tz_v \end{array} \right\}$$

Hvis planet er gitt av tre punkter A, B og C, lager vi parameterfremstillingen på samme måte, med $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ og $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$.

Arealet av et parallellogram utspent av $\vec{u}$ og $\vec{v}$ har arealet $|\vec{u} \times \vec{v}|$

Avstanden fra et punkt P til en linje med retningsvektor $\vec{r}$ gjennom et punkt A er $\frac{|\overrightarrow{AP} \times \vec{r}|}{|\vec{r}|}$

Volumet av et parallellepiped utspent av $\vec{u}$, $\vec{v}$ og $\vec{w}$ har volumet $|(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}|$

Avstanden mellom to vindskjeve linjer l og m med retningsvektorene $\vec{r_l}$ og $\vec{r_m}$,
og med punktene P_l og P_m er $\left| \frac{\overrightarrow{P_l P_m} \cdot (\vec{r_l} \times \vec{r_m})}{|\vec{r_l} \times \vec{r_m}|} \right|$

Vinkelen mellom to linjer finnes vha. vinkelen mellom linjenes retningsvektorer.
Vinkelen mellom to plan finnes vha. vinkelen mellom planenes normalvektorer.

Ligningen for en kuleflate med sentrum $S(x_S, y_S, z_S)$ og med radius R er:
$(x - x_S)^2 + (y - y_S)^2 + (z - z_S)^2 = R^2$

Tangeringsplan til kule med sentrum i S som tangerer i P:
Ligning lages med normalvektor $\vec{n} = \overrightarrow{SP}$ og punkt P.

Overflaten til et kulesegment med høyde h i en kule med radius R er $O = 2\pi Rh$

Finne h i et kulesegment avskåret fra en kule med sentrum S og radius R
av et plan $ax + by + cz + d = 0$:

Avstand mellom S og plan: $d = \left| \frac{ax_S + by_S + cz_S + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right|$

$h = R - d$

Radius r i sirkelen som er skjæringslinjen mellom planet og kulen blir

$r = \sqrt{R^2 - d^2}$